EXERCICIS FOTOCÒPIA resolts

① Imatges: $f(x) = x^2 - 5x + 6$

$f(-3) = (-3)^2 - 5\cdot(-3) + 6 = +9 + 15 + 6 = \boxed{30}$ imatge de -3 per $f(x)$

$f(0) = 0^2 - 5\cdot 0 + 6 = \boxed{6}$ imatge de 0 per $f(x)$

$f(3) = 3^2 - 5\cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = \boxed{0}$ imatge de 3 per $f(x)$

Antiimatges:

$f(x) = 2$

$x^2 - 5x + 6 = 2$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \cdots = \boxed{4}, \boxed{1}$ antiimatges de 2 per $f(x)$

$f(x) = -1$

$x^2 - 5x + 6 = -1$

$x^2 - 5x + 7 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-28}}{2} = \cancel{\frac{5 \pm \sqrt{-3}}{2}}$

no té solució

⇓

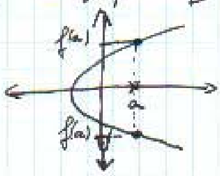
$\boxed{-1 \text{ no té antiimatges}}$

$f(x) = 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \cdots = \boxed{3}, \boxed{2}$ antiimatges de 0 per $f(x)$

② La gràfica que no correspon a una funció és la b)



per exemple, la $x=a$ té dues imatges diferents, per tant no és funció.

(per ser $f(x)$ una funció cal que, si té imatge en $x=a$, sigui única)

③. a) $D_f = \mathbb{R}$ perquè és una funció polinòmica

b) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ perquè el denominador s'anul·la en $x=0$

c) denominador = 0

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x = \frac{+5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \dots = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$

d) $x - 5 = 0$
$x = 5$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{5\}$

e) cada tros és una funció polinòmica, per tant per cada tros són els que s'indica $x < -1$ i $x > -1$

Si observem bé aquests $\Longrightarrow$

quan $x = -1$ no es pot calcular $f(-1)$, per tant

$D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

4) $f(x) = \frac{x+3}{x+a}$ definida per a qualsevol real $x \neq -2$

això vol dir que per $x = -2$ la funció no existeix

Com que $f(x)$ és una funció algèbrica, $f(x)$ no existeix quan s'anul·la el denominador

$\underbrace{x + a = x + 2}$

$\boxed{a = 2}$

5) a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(4x-5) = (4x-5)^2 - 1 = 16x^2 - 40x + 25 - 1 =$
$= \boxed{16x^2 - 40x + 24}$

b) $(f \circ h)(x) = f(h(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = 4\left(\frac{1}{x}\right) - 5 = \boxed{\frac{4}{x} - 5} = \boxed{\frac{4-5x}{x}}$

o bé

c) f^{-1}

$$f(x) = 4x - 5$$
$$y = 4x - 5$$
$$y + 5 = 4x$$
$$\frac{y+5}{4} = x$$
$$\frac{x+5}{4} = y$$

$$\boxed{f^{-1}(x) = \frac{x+5}{4}}$$

d) g^{-1} $\quad g(x) = x^2 - 1$ $\boxed{\text{no existeix la inversa!}}$

$$y = x^2 - 1$$
$$y + 1 = x^2$$
$$\pm\sqrt{y+1} = x$$

↳ no està determinada ⟹ no existeix la inversa
(hi hauria punts que tindrien dues imatges ⟹ no és funció g^{-1})

e) h^{-1} $\quad h(x) = \frac{1}{x}$

$$y = \frac{1}{x}$$
$$yx = 1$$
$$x = \frac{1}{y}$$

$$y = \frac{1}{x}$$
$$\boxed{h^{-1}(x) = \frac{1}{x}}$$

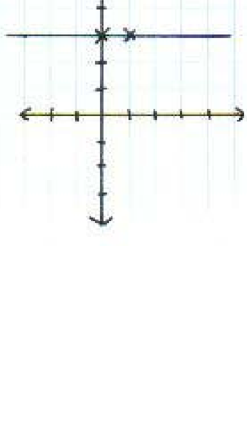
la inversa de h és ella mateixa!

⑥. a) $f(x) = 3x - 1$

x	y
0	-1
1	2

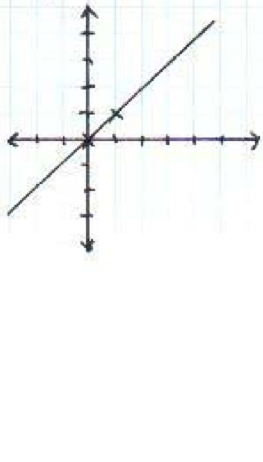
b) $f(x) = 3$

x	y
0	3
1	3



c) $f(x) = x$

x	y
0	0
1	1



(7) recta pels punts $A(\underset{x_1}{2}, 1)$, $B(\underset{x_2}{0}, \underset{y_2}{-5})$ $y = mx + n$

pendent $= m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{-5-1}{0-2} = \dfrac{-6}{-2} = +3$

$y = 3x + n$
B és $(0, -5)$
$(0, n)$ $> n = -5$ $\Big\}$ $\boxed{y = 3x - 5}$

(8) a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

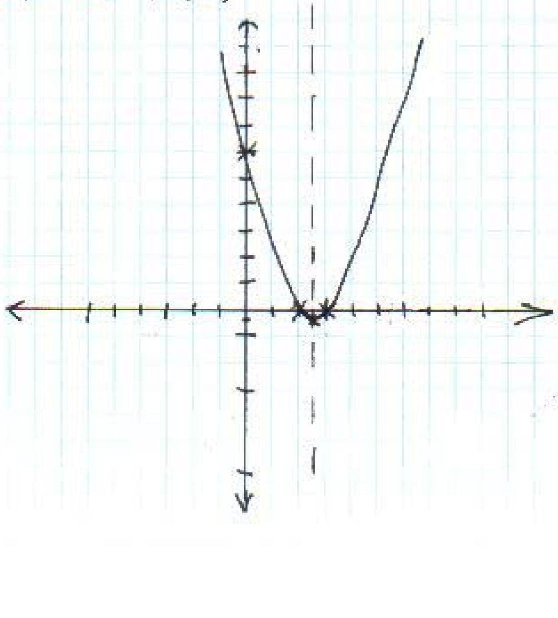
$a = 1 > 0$ $\cup$

$x_v = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-5}{2 \cdot 1} = \dfrac{5}{2}$ eix simetria $x = \dfrac{5}{2}$

$y_v = \left(\dfrac{5}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\dfrac{5}{2}\right) + 6 = \dfrac{25}{4} - \dfrac{25}{2} + 6 = \dfrac{25 - 50 + 24}{4} = -\dfrac{1}{4}$ $\Big\}$ $V\left(\dfrac{5}{2}, -\dfrac{1}{4}\right)$

pts tall

- $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \dots$ $<^{3}_{2}$ $(3,0)$ $(2,0)$
- $f(0) = 6 \rightarrow (0,6)$



b) $f(x) = x^2 + 6$

$a = 1 > 0$ ∪

eix simetria $x = 0$

$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2\cdot 1} = 0$

$y_v = 0^2 + 6 = 6$

$V(0,6)$

pts tall

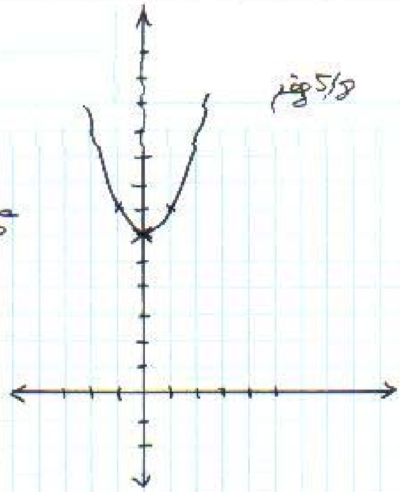
- $x^2 + 6 = 0$

  $x^2 = -6$

  $x = \pm\sqrt{-6}$

  no talla l'eix d'abscisses

- $f(0) = 0^2 + 6 = 6$ $(0,6)$



En aquest cas si cal fer taula de valors

x	y
1	7
-1	7

c) $f(x) = x^2 - 3x$

$a = 1 > 0$ ∪

eix de simetria $x = \frac{3}{2}$

$x_v = -\frac{-3}{2\cdot 1} = \frac{3}{2}$

$y_v = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3\cdot\frac{3}{2} = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} = \frac{9-18}{4} = -\frac{9}{4}$

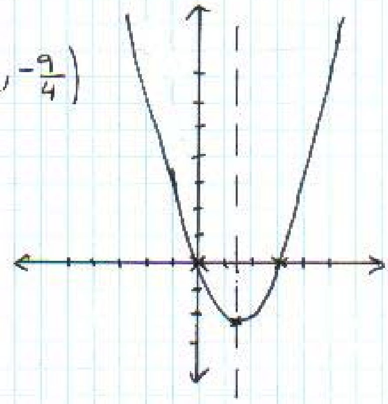
$V\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$

pts tall

- $x^2 - 3x = 0$

  $x(x-3) = 0$ ⟨ $x = 0$ $(0,0)$; $x - 3 = 0$, $x = 3$ $(3,0)$

- $f(0) = 0^2 - 3\cdot 0 = 0 \rightarrow (0,0)$



9) paràbola pels punts $A(3,0)$, $B(0,-1)$, $C(4,2)$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$A(3,0)$ $a\cdot 3^2 + b\cdot 3 + c = 0$

$9a + 3b + c = 0 \longrightarrow 9a + 3b + (-1) = 0$

$\boxed{9a + 3b = 1}$

$B(0,-1)$ $a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c = -1$

$\boxed{c = -1}$

$C(4,2)$ $\quad a\cdot 4^2+b\cdot 4+c=2$

$$16a+4b+\underset{-1}{c}=2$$

$$16a+4b-1=2$$

$$\boxed{16a+4b=3}$$

Tenim $c=-1$

$$\left.\begin{array}{l}9a+3b=1\\16a+4b=3\end{array}\right\}$$ resolent aquest sistema trobarem a i b

$$9a+3b=1$$
$$9a=1-3b$$
$$a=\frac{1-3b}{9}$$

$$16a+4b=3$$
$$16\left(\frac{1-3b}{9}\right)+4b=3$$
$$\frac{16-48b}{9}+4b=3$$
$$\frac{16-48b+36b}{\cancel{9}}=\frac{27}{\cancel{9}}$$
$$-48b+36b=27-16$$
$$-12b=11$$
$$b=\frac{11}{-12}=\boxed{-\frac{11}{12}}$$

$$a=\frac{1-3b}{9}=\frac{1-3\left(-\frac{11}{12}\right)}{9}=$$

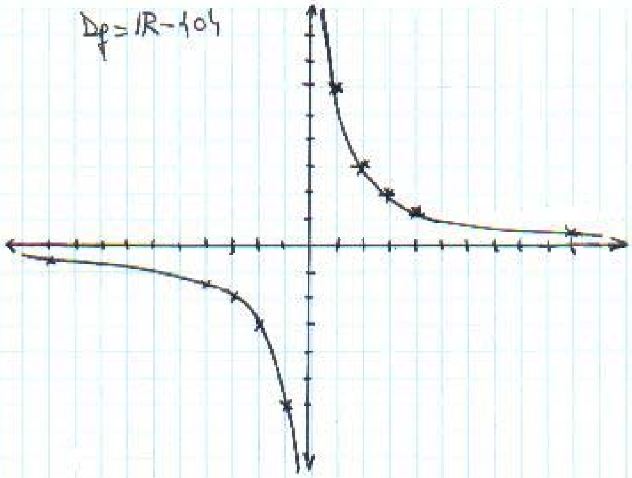
$$=\frac{1+\frac{33}{12}}{9}=\frac{\frac{12+33}{12}}{9}=\frac{\frac{45}{12}}{\frac{9}{1}}=\frac{45}{12\cdot 9}=\frac{45}{108}=\frac{15}{36}=$$

$$=\boxed{\frac{5}{12}}$$

La paràbola és, doncs: $\boxed{f(x)=\frac{5}{12}x^2-\frac{11}{12}x-1}$

(10). a) $f(x) = \frac{6}{x}$ $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

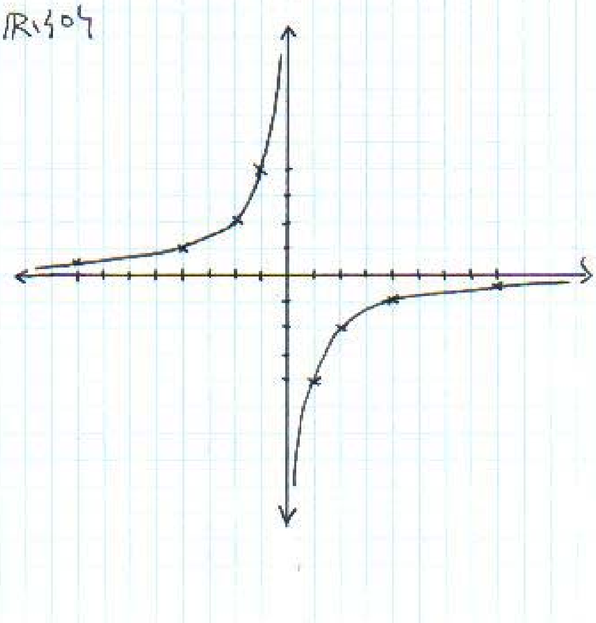
x	y
1	6
2	3
3	2
4	3/2
⋮	⋮
-1	-6
-2	-3
-3	-2
-4	-3/2



x	y
10	$6/10 = 3/5 = 0,6$
-10	$-6/10 = -3/5 = -0,6$

b) $f(x) = -\frac{4}{x}$ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

x	y
1	-4
2	-2
4	-1
8	$-4/8 = -1/2 = -0,5$
⋮	
-1	4
-2	2
-4	1
-8	$1/2 = 0,5$

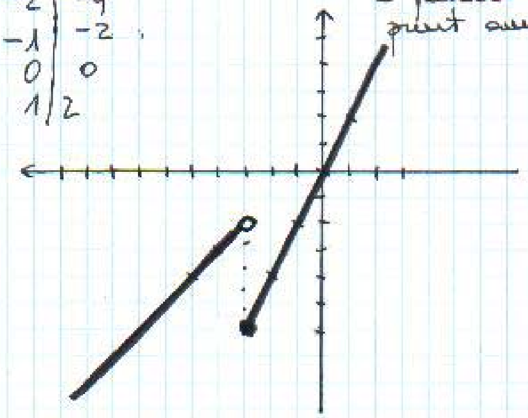


(11) a) $f(x) = \begin{cases} x+1 & x<-3 \\ 2x & x \geq -3 \end{cases}$

x	y
-5	-4
-4	-3
-3	-2

tot i que no es pot substituir, cal fer-ho per saber fins on arribarà la funció. Després marcarem aquest punt amb un punt buit

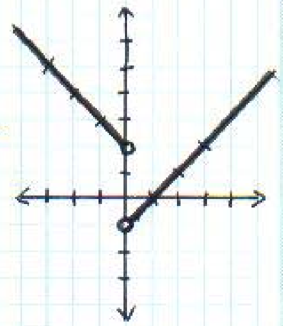
x	y
-3	-6
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2



b) $f(x) = \begin{cases} 2-x & x<0 \\ x-1 & x>0 \end{cases}$

x	y
0	2
-1	3
-2	4
-3	5

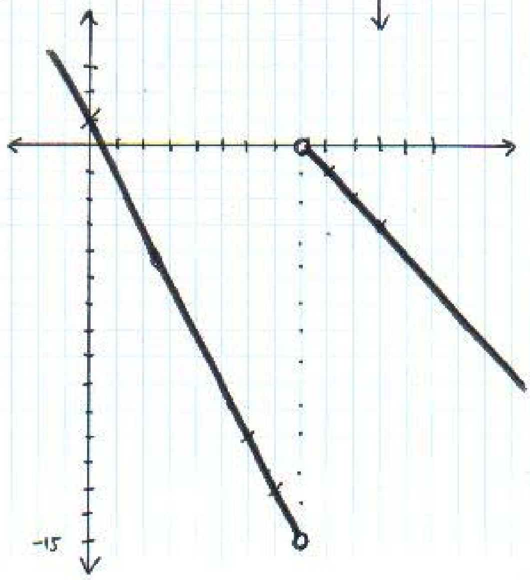
x	y
0	-1
1	0
2	1
3	2



c) $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & x<8 \\ 8-x & x>8 \end{cases}$

x	y
8	-15
7	-13
6	-11
⋮	⋮
0	1

x	y
8	0
9	-1
10	-2
11	-3



QUE ACABIS DE PASSAR UNES
BONES VACANCES DE SETMANA SANTA!!!

Teresa