

Principi de conservació de l'energia

Qüestions

1. **Quan un cos queda en repòs a terra després d'haver caigut d'una certa altura:**
 - a) **En què s'ha transformat l'energia potencial gravitatòria que tenia inicialment?**
En energia calorífica i energia de deformació del cos.
 - b) **On ha anat a parar aquesta energia?**
A l'entorn, en aquest cas al terra.
2. **Per què augmenten de temperatura els frens d'un automòbil després d'aturar-lo?**
Part de l'energia mecànica que porta el cotxe es va transmetent al terra i als frens en forma de calor, i això és la causa que el cotxe disminueixi la seva velocitat.
3. **En què es transforma el combustible que posem als vehicles?**
En fer accionar el motor i produir energia mecànica.
4. **Tenim dos cossos de masses iguals: un, en repòs, i l'altre, movent-se a una velocitat v_1 . Deduïu quina és la velocitat de cada cos després d'haver xocat elàsticament.**

Cos 1	Cos 2
$m_1 = m$	$m_2 = m_1$
v_1	$v_2 = 0$

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

Posant els valors tenim:

$$m v_1 + m \cdot 0 = m v'_1 + m v'_2 \text{ simplificant la massa } v_1 = v'_1 + v'_2$$

Utilitzem també l'expressió deduïda en la unitat en combinar el principi de conservació de la quantitat de moviment i de l'energia cinètica, que és:

$$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$$

Tenim un sistema de dues equacions:

$$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$$

$$v_1 = v'_1 + v'_2$$

Si agrupem i posem valors:

$$\left. \begin{array}{l} v_1 - v'_1 = v'_2 \\ v_1 + v'_1 = v'_2 \end{array} \right\}$$

si sumem les dues expressions tenim:

$$2 v_1 = 2 v'_2 \rightarrow v'_2 = v_1$$

substituïm en una de les expressions aquest valor,

$$v_1 - v_1' = v_1 \rightarrow v_1' = 0$$

El cos que estava en moviment s'atura i l'altre es mou amb la velocitat que portava l'altre abans del xoc.

5. Busqueu informació de les transformacions energètiques que tenen lloc en una central nuclear.

Activitat oberta, pot servir per fer un treball bibliogràfic de recopilació i estudi de la informació que es demana en aquesta qüestió.

6. Tenim dos cossos la massa d'un dels quals és molt més gran que la de l'altre. Deduïu quina és la velocitat de cada cos després del xoc:

a) Si inicialment el cos amb més massa està en repòs i l'altre es mou amb una determinada velocitat.

$$m_1 \gg m_2$$

Cos 1	Cos 2
m_1	m_2
$v_1 = 0$	v_2

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

Posant els valors tenim:

$$m_1 \cdot 0 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Quan $m_1 \gg m_2$ simplifiquem:

$$0 = m_1 v_1' \rightarrow v_1' = 0$$

Utilitzem també l'expressió deduïda en la unitat en combinar el principi de conservació de la quantitat de moviment i de l'energia cinètica, que és:

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Posant els valors que coneixem tenim:

$$0 = v_2 + v_2' \rightarrow v_2' = -v_2$$

El cos que estava en moviment canvia el sentit del moviment, no modificant el mòdul de la seva velocitat, i el cos que està quiet continua en repòs.

b) Si inicialment el cos amb menys massa està en repòs i l'altre es mou amb una determinada velocitat.

Cos 1	Cos 2
m_1	m_2
v_1	$v_2 = 0$

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

Posant els valors tenim:

$$m_1 v_1 + m_2 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Quan $m_1 \gg m_2$ simplifiquem:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' \rightarrow v_1' = v_1$$

Utilitzem també l'expressió deduïda en la unitat en combinar el principi de conservació de la quantitat de moviment i de l'energia cinètica, que és:

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Posant els valors que coneixem tenim:

$$v_1 + v_1 = v_2' \rightarrow v_2' = 2v_1$$

El cos que estava en moviment canvia continua movent-se en el mateix sentit i a la mateixa velocitat i el cos que estava en repòs es mou amb una velocitat el doble de la que porta l'altre i en el mateix sentit.

7. Què passa amb la massa d'una partícula quan n'augmenta l'energia cinètica? I amb la velocitat?

Augmenta la massa, tant en l'augment de l'energia cinètica com en la velocitat, però aquest augment només és apreciable per a velocitats properes a la velocitat de la llum.

8. Quines magnituds són absolutes en la dinàmica de Newton?

Les magnituds absolutes en la dinàmica de Newton són temps, espai i massa i la resta són relatives.

9. Proposa un argument que demostrï que és impossible accelerar un objecte de massa m a la velocitat de la llum, encara que hi actuï contínuament una força a sobre.

És impossible ja que a la velocitat de la llum la massa de l'objecte tendeix a l'infinit.

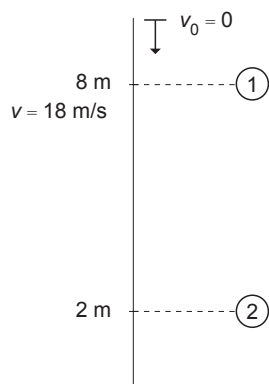
Problemes

1. Llancem cap amunt un cos de massa m amb una velocitat inicial de 15 m/s. Calculeu a quina altura arribarà.

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m g h \rightarrow h = \frac{v^2}{2g}$$

$$h = \frac{15^2}{2 \cdot 9,8} = 11,48 \text{ m}$$

2. Un cos cau per l'acció de la gravetat i, en passar per un punt de 8 m d'altura, la velocitat de caiguda és de 18 m/s. Quina velocitat durà en passar pel punt de 2 m d'altura?



$$E_{p1} + E_{c1} = E_{p2} + E_{c2}$$

$$m g h_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 = m g h_2 + \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$9,8 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 18^2 = 9,8 \cdot 2 + \frac{1}{2} v_2^2 \rightarrow v_2 = 21,01 \text{ m/s}$$

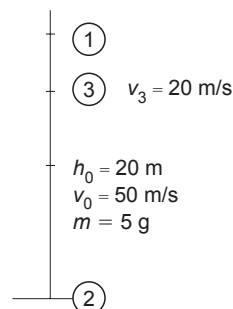
3. Des d'una torre de 20 m d'alçària disparem verticalment cap amunt una bala de 5 g de massa amb una velocitat de 50 m/s:

a) Quina altura assoleix?

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p1}$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_1$$

$$9,8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = 9,8h_1 \rightarrow h_1 = 147,55 \text{ m}$$



b) Quina és la velocitat amb què arriba al terra?

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{c2}$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$9,8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = \frac{1}{2}v_2^2 \rightarrow v_2 = 53,78 \text{ m/s}$$

c) A quina altura es troba quan va a 20 m/s? Quina energia cinètica i potencial té a aquesta altura.

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p3} + E_{c3}$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_3 + \frac{1}{2}mv_3^2$$

$$9,8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = 9,8 \cdot h_3 + \frac{1}{2} \cdot 20^2 \rightarrow h_3 = 127,14 \text{ m}$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 20^2 = 1 \text{ J}$$

$$E_p = mgh_3 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 127,14 = 6,23 \text{ J}$$

4. Llancem verticalment cap amunt un cos de 2 kg a una velocitat de 20 m/s. Calculeu quina energia potencial tindrà quan la velocitat que duu sigui de 10 m/s.

$$E_{c0} = E_{c1} + E_{p1} \rightarrow E_{p1} = E_{c0} - E_{c1}$$

$$E_{p1} = \frac{1}{2}m(v_0^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (20^2 - 10^2) = 300 \text{ J}$$

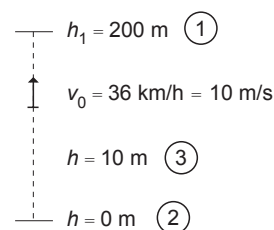
5. Des d'una torre disparem cap amunt una bala de 20 g de massa a una velocitat de 36 km/h. Si arriba fins a 200 m d'altura, calculeu:

a) Quina alçària té la torre.

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p1}$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_1$$

$$9,8h_0 + \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 9,8 \cdot 200 \rightarrow h_0 = 194,9 \text{ m}$$



b) La velocitat amb què arriba al terra.

$$E_{p1} = E_{c2} \rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 200} = 62,61 \text{ m/s}$$

c) La velocitat a 10 m del terra.

$$E_{p1} = E_{c3} + E_{p3} \rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3$$

$$9,8 \cdot 200 = \frac{1}{2}v_3^2 + 9,8 \cdot 10 \rightarrow v_3 = 61,02 \text{ m/s}$$

d) L'energia potencial a dalt de la torre.

$$E_{p1} = mgh_1 = 0,02 \cdot 9,8 \cdot 194,9 = 38,2 \text{ J}$$

e) L'energia cinètica quan arriba al terra.

$$E_{c2} = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot 62,61^2 = 39,2 \text{ J}$$

6. Una nedadora de massa m salta d'un trampolí de 5 m d'altura. Calculeu la velocitat amb què arriba a l'aigua si es deixa caure i si es llança amb una velocitat inicial de 18 km/h.

$$18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{cf} \rightarrow mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{2gh_0}$$

$$v_f = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5} = 9,90 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{cf}$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow gh_0 + \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$9,8 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 5^2 = \frac{1}{2}v_f^2 \rightarrow v_f = 11,09 \text{ m/s}$$

7. Un paracaigudista de 100 kg de massa, inclòs l'equipament, es deixa caure des d'un avió que vola a 2 km d'altura. Si no se li obrís el paracaigudes, calculeu, tot negligint les forces de fregament:

a) Amb quina velocitat arriba al terra?

$$E_{p0} = E_{cf} \rightarrow mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{2gh_0}$$

$$v_f = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 2000} = 198 \text{ m/s}$$

b) A quina altura es troba en el moment d'assolir una velocitat de 126 km/h?

$$126 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{c2} + E_{p2} \rightarrow mgh_0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$9,8 \cdot 2000 = \frac{1}{2} \cdot 35^2 + 9,8h_2 \rightarrow h_2 = 1937,5 \text{ m}$$

8. Un muntacàrregues aixeca un cos de 280 kg de massa al 20è pis d'un edifici; si cada pis té 3 m d'alçària, calculeu:

a) L'energia potencial del muntacàrregues.

$$E_p = mgh = 280 \cdot 9,8 \cdot (3 \cdot 20) = 164\,640 \text{ J}$$

b) En el supòsit que es trenqués el muntacàrregues i que el cos caigués al carrer, quina energia cinètica tindria en arribar al terra? Amb quina velocitat hi arribaria?

$$E_p = E_c = 164\,640 \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 164\,640}{280}} = 34,29 \text{ m/s}$$

9. Un ascensor es troba en el 5è pis d'un edifici. Si cada pis té una alçària de 4 m i es trenca el cable de l'ascensor, calculeu:

a) Amb quina velocitat arriba al terra?

$$E_{p0} = E_c \rightarrow mgh_0 = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh_0}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 4} = 19,8 \text{ m/s}$$

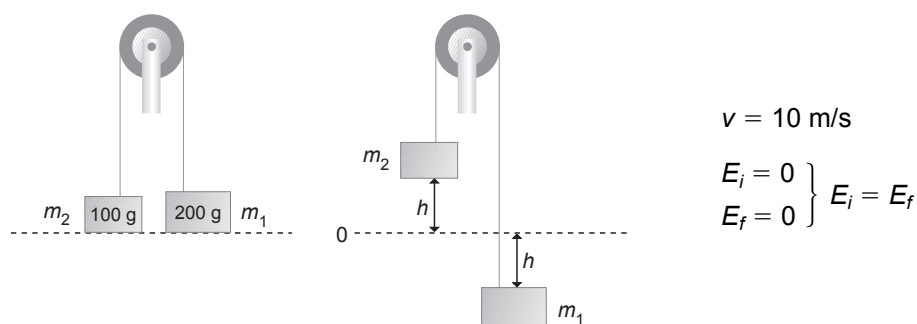
b) A quina altura estarà a 18 km/h de velocitat?

$$18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{p1} + E_{c1} \rightarrow mgh_0 = mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$9,8 \cdot 20 = 9,8 h_1 + \frac{1}{2} \cdot 5^2 \rightarrow h_1 = 18,7 \text{ m}$$

10. A cadascun dels caps d'una corda que passa per una politja fixa hi ha un cos penjat: un de 200 g i l'altre de 100 g. Si inicialment estan en repòs i a la mateixa altura, quin recorregut han fet quan van a 10 m/s?

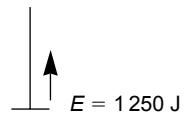


$$0 = E_{cf} + E_{pf} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 = m_1 g (-h) + m_2 g h \rightarrow$$

$$0 = \frac{1}{2} (0,2 + 0,1) \cdot 10^2 + 9,8 h (0,1 - 0,2) \rightarrow 0 = 15 - 0,98 h$$

$$h = \frac{15}{0,98} = 15,31 \text{ m}$$

11. Llancem des del terra, verticalment cap amunt, amb energia mecànica de 1250 J, un cos de 5 kg. Calculeu, l'altura que assolirà el cos i la velocitat inicial.



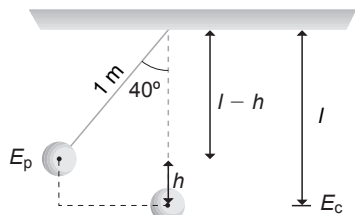
$$E = E_p = mgh \rightarrow h = \frac{E}{mg}$$

$$h = \frac{1250}{5 \cdot 9,8} = 25,51 \text{ m}$$

$$E = E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1250}{5}} = 22,36 \text{ m/s}$$

12. Calculeu la velocitat d'un pèndol d'1 m de longitud quan passa per la vertical, si es deixa anar des d'una posició que forma un angle de 40° respecte de la vertical.



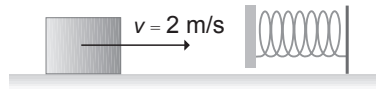
$$\cos 40^\circ = \frac{l-h}{l} \rightarrow$$

$$h = l(1 - \cos 40^\circ)$$

$$h = 1 - 0,766 = 0,234 \text{ m}$$

$$E_p = E_c \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,234} = 2,14 \text{ m/s}$$

13. Un bloc de 3 kg de massa avança a 2 m/s sobre una superfície horitzontal sense fregament. Si en el camí es troba una molla de constant elàstica 40 N/m, quina és la màxima compressió de la molla?



$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

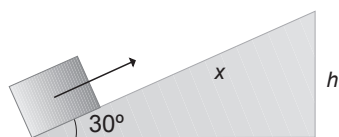
$$x = v \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \sqrt{\frac{3}{40}} = 0,55 \text{ m}$$

14. Si comprimim 30 cm una molla de constant elàstica 80 N/m situada en un pla horitzontal i, d'aquesta manera, es dispara un cos de 250 g, calculeu l'altura que assoleix el cos en el pla inclinat (fig. 7.26) sense tenir en compte el fregament.

$$E_{pe} = E_{pg} \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgh \rightarrow h = \frac{kx^2}{2mg}$$

$$h = \frac{80 \cdot 0,3^2}{2 \cdot 0,25 \cdot 9,8} = 1,47 \text{ m}$$

15. Llancem un cos de 25 kg de massa per un pla inclinat d'inclinació 30°, amb velocitat de 20 m/s. Calculeu la distància que recorre fins que s'atura, si:



a) Es negligeix el fregament.

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m g h$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{20^2}{2 \cdot 9,8} = 20,41 \text{ m}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{20,41}{\sin 30^\circ} = 40,81 \text{ m}$$

b) El fregament entre el cos i el terra és de 0,15.

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow W_{Ff} = E_p - E_c$$

$$\left. \begin{aligned} F_f &= \mu N = \mu m g \cos \alpha \\ \sin 30^\circ &= \frac{h}{\Delta x} \rightarrow h = \Delta x \sin 30^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$-F_f \Delta x = m g h - \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\mu m g \cos \alpha \Delta x = m g h - \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$-\mu g \cos 30^\circ \Delta x = g \Delta x \sin 30^\circ - \frac{1}{2} v^2 \rightarrow$$

$$-0,15 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ \cdot \Delta x = 9,8 \cdot \Delta x \cdot \sin 30^\circ - \frac{1}{2} \cdot 20^2 \rightarrow$$

$$-1,27 \Delta x = 4,9 \Delta x - 200 \rightarrow \Delta x = 32,40 \text{ m}$$

16. Deixem anar un cos des del punt A (fig. 7.27). Calculeu l'altura a què està quan arriba al punt B, si:

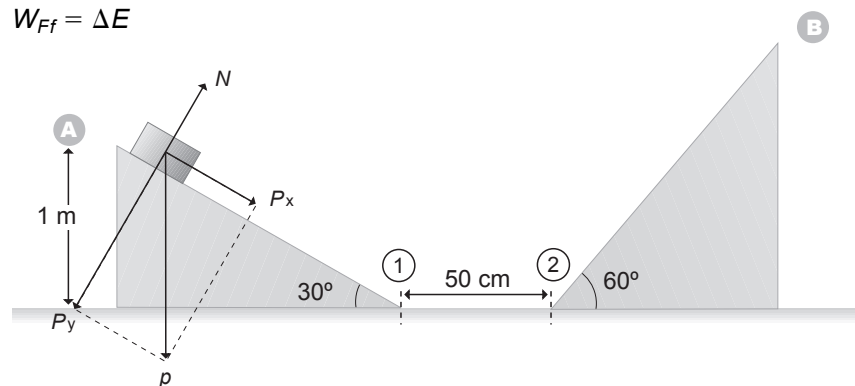
a) No hi ha fregament.

$$E_{p0} = E_{pf} \rightarrow m g h_0 = m g h_f$$

$$h_0 = h_f = 1 \text{ m}$$

b) En tot el recorregut hi ha un fregament de coeficient 0,2.

$$W_{Ff} = \Delta E$$



Des de (A) fins a (1)

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin 30^\circ}$$

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow -\mu N \Delta x = E_c - E_p \rightarrow$$

$$-\mu m g \cos 30^\circ \Delta x = \frac{1}{2} m v^2 - m g h \rightarrow$$

$$-\mu g \cos 30^\circ \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{2} v^2 - g h \rightarrow$$

$$-0,2 \cdot 9,8 \cdot \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} \cdot 1 = \frac{1}{2} v^2 - 9,8 \cdot 1 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 6,4} = 3,58 \text{ m/s}$$

Des de ① fins a ②

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow -\mu m g \Delta x = E_{cf} - E_{ci} \rightarrow$$

$$-\mu m g \Delta x = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \rightarrow$$

$$-0,2 \cdot 9,8 \cdot 0,5 = \frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot 3,58^2 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 5,43} = 3,29 \text{ m/s}$$

Des de ② fins a ③

$$W_{Ff} = \Delta E_c \rightarrow -\mu m g \cos \alpha \Delta x = E_{pf} - E_{ci}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin 60^\circ}$$

$$-\mu m g \cos 60^\circ \Delta x = m g h - \frac{1}{2} m v_2^2 \rightarrow$$

$$-\mu g \cos 60^\circ \frac{h}{\sin 60^\circ} = g h - \frac{1}{2} v_2^2 \rightarrow$$

$$-0,2 \cdot 9,8 \cdot \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} h = 9,8 h - \frac{1}{2} \cdot 3,29^2 \rightarrow$$

$$-1,13 h = 9,8 h - 5,43 \rightarrow h = 0,50 \text{ m}$$

17. Llancem un cos d'1 kg de massa a una velocitat de 5 m/s sobre un pla horitzontal, aturant-se després d'haver recorregut 10 m. Calculeu:

a) El treball exercit per la força de fregament.

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow W_{Ff} = 0 - E_c = -\frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow$$

$$W_{Ff} = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = -12,5 \text{ J}$$

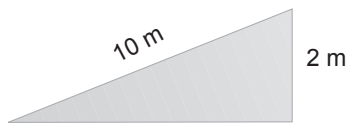
b) La quantitat de calor produïda.

$$-W_{Ff} = Q = 12,5 \text{ J}$$

c) El coeficient de fregament entre el cos i el pla.

$$W_{Ff} = -\mu m g \Delta x \rightarrow \mu = -\frac{W_{Ff}}{m g \Delta x} = \frac{12,5}{1 \cdot 9,8 \cdot 10} = 0,13$$

18. En el punt més alt d'un pla inclinat de 10 m de longitud i 2 m d'alçària hi ha un cos de 2 kg de massa. Si el deixem baixar lliscant per aquest pla inclinat, calculeu la velocitat amb què arriba a baix, tenint en compte que la força de fregament que s'oposa al moviment és de 5 N.



$$W_{Ff} = \Delta E$$

$$W_{Ff} = F_f \Delta x = -5 \cdot 10 = -50 \text{ N}$$

$$E_p = mgh = 2 \cdot 9,8 \cdot 2 = 39,2 \text{ N}$$

$$W_{Ff} = E_c - E_p \rightarrow E_c = E_p + W_{Ff} = 39,2 - 50 = -10,8 \text{ J}$$

És impossible. Per tant, no es mou.

19. Des de la part superior d'un pla inclinat de 4 m d'altura i 10 m de longitud es deixa caure un cos de 8 kg de massa que arriba a la base del pla amb una velocitat de 8 m/s. Calculeu:

- a) L'energia cinètica i potencial del cos en iniciar-se el moviment i en finalitzar-lo.

$$E_{c0} = 0$$

$$E_{p0} = mgh = 8 \cdot 9,8 \cdot 4 = 313,6 \text{ J}$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8^2 = 256 \text{ J}$$

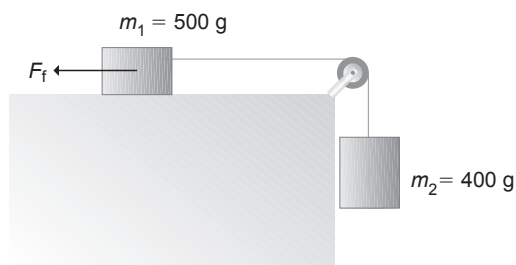
$$E_{pf} = 0$$

- b) L'energia mecànica perduda pel fregament i el valor de la força de fregament.

$$W_{Ff} = \Delta E = E_{cf} - E_{ci} = 256 - 313,6 = -57,6 \text{ J}$$

$$F_f = \frac{W_{Ff}}{\Delta x} = \frac{-57,6}{10} = -5,76 \text{ N}$$

20. Damunt d'una taula horitzontal hi ha, en un extrem, un cos de 500 g de massa i, enganxat a aquest cos, n'hi ha un altre penjant de 400 g de massa. Tots dos cossos estan connectats per una politja. Tenint en compte que el coeficient de fregament dinàmic entre el cos i la superfície horitzontal és de 0,2, calculeu, quan els cossos tinguin una velocitat de 5 m/s:



$$W_{Ff} = \Delta E$$

$$F_f \Delta x = \Delta E$$

- a) L'espai recorregut.

$$-\mu m_1 g \Delta x = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 - m_1 g \Delta x$$

$$-0,2 \cdot 0,5 \cdot 9,8 \cdot \Delta x = \frac{1}{2} (0,5 + 0,4) \cdot 5^2 - 0,4 \cdot 9,8 \cdot \Delta x$$

$$-0,98 \Delta x = 11,25 - 3,92 \Delta x$$

$$2,94 \Delta x = 11,25 \rightarrow \Delta x = 3,82 \text{ m}$$

- b) El treball de fricció.

$$W_{Ff} = -\mu m_1 g \Delta x = -0,2 \cdot 0,5 \cdot 9,8 \cdot 3,82 = -3,74 \text{ J}$$

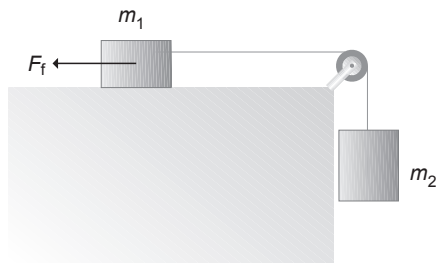
c) La pèrdua d'energia potencial de la massa de 400 g.

$$\Delta E_p = 0 - mg\Delta x = -0,4 \cdot 9,8 \cdot 3,82 = -14,97 \text{ J}$$

d) L'energia cinètica total.

$$E_c = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} (0,5 + 0,4) \cdot 5^2 = 11,25 \text{ J}$$

21. Damunt d'una taula horitzontal hi ha, en un extrem, un cos de 2 kg de massa i, enganxat a aquest cos, n'hi ha un altre penjant de 3 kg de massa. Tots dos cossos estan connectats per una politja. Tenint en compte que el coeficient de fregament dinàmic entre el cos i la superfície horitzontal és de 0,2, calculeu, quan els cossos han recorregut una distància de 2 m:



$$W_{Ff} = \Delta E$$

$$F_f \Delta x = \Delta E$$

a) La velocitat quan ha recorregut aquesta distància.

$$-\mu m_1 g \Delta x = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 - m_2 g \Delta x$$

$$-0,2 \cdot 2 \cdot 9,8 \cdot 2 = \frac{1}{2} (2 + 3) \cdot v^2 - 3 \cdot 9,8 \cdot 2$$

$$-7,84 = 2,5 v^2 - 58,8 \rightarrow v = 4,51 \text{ m/s}$$

b) El treball de fricció.

$$W_{Ff} = -0,2 \cdot 2 \cdot 9,8 \cdot 2 = -7,84 \text{ J}$$

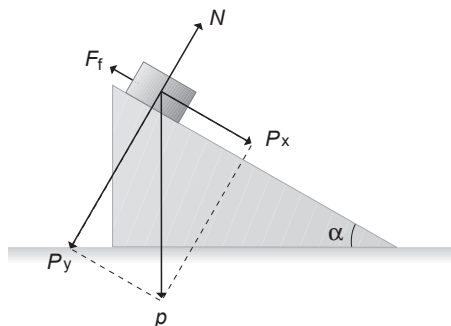
c) La pèrdua d'energia potencial de la massa de 3 kg.

$$E_p = -m_2 g \Delta x = -58,8 \text{ J}$$

d) L'energia cinètica total final.

$$E_c = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} \cdot (3 + 2) \cdot 4,51^2 = 50,96 \text{ J}$$

22. Deixem caure un cos de 2 kg de massa que es troba sobre un pla inclinat de 30° de manera que tarda 5 s a arribar a baix, recorrent 25 m. Calculeu el coeficient de fregament i el treball de la força de fregament.



$$\Delta E = W_{Ff}$$

$$E_c - E_p = W_{Ff}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{a} \Delta t^2 \\ v &= v_0 + a \Delta t \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2} a t^2 \\ v &= a t \end{aligned} \right\} x = \frac{1}{2} v t \rightarrow v = \frac{2x}{t} = \frac{2 \cdot 25}{5} = 10 \text{ m/s}$$

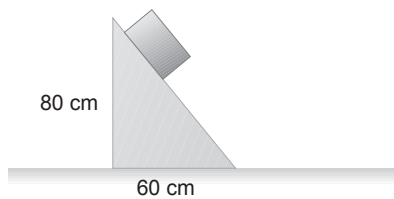
$$h = \Delta x \sin \alpha = 25 \cdot \sin 30^\circ = 12,5 \text{ m}$$

$$E_c - E_p = -\mu m g \cos \alpha \Delta x \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - m g h = -\mu m g \cos \alpha \Delta x$$

$$\frac{1}{2} v^2 - g h = -\mu g \cos \alpha \Delta x \rightarrow \frac{1}{2} 10^2 - 9,8 \cdot 12,5 = -\mu \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ \cdot 25 \rightarrow \mu = 0,34$$

$$W_{Ff} = -\mu m g \cos \alpha \Delta x = -0,34 \cdot 2 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ \cdot 25 = -145 \text{ J}$$

23. Un cos de 2 kg de massa baixa per un pla inclinat de 80 cm d'altura i 60 cm de base. Quan arriba a baix la velocitat és de 3 m/s. Calculeu:



- a) L'energia perduda en forma de calor per fregament.

$$\Delta E = W_{Fnc}$$

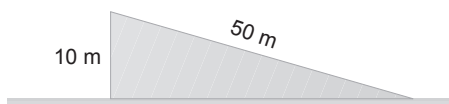
$$W_{fnc} = E_c - E_p \rightarrow W_{fnc} = \frac{1}{2} m v^2 - m g h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 0,8 = -6,68 \text{ J}$$

- b) El coeficient de fregament.

$$\cos \alpha = \frac{b}{x} \rightarrow x = \sqrt{0,8^2 + 0,6^2} = 1 \rightarrow \cos \alpha = \frac{0,6}{1}$$

$$W_{Fnc} = -\mu m g \cos \alpha \Delta x \rightarrow \mu = -\frac{W_{Fnc}}{m g \cos \alpha \Delta x} \rightarrow \mu = -\frac{-6,68}{2 \cdot 9,8 \cdot 0,6 \cdot 1} = 0,57$$

24. Des de la part superior d'un pla inclinat de 10 m d'alçada i 50 m de longitud deixem caure un cos de 20 kg de massa, que arriba a la base del pla amb una velocitat de 10 m/s. Calculeu:



- a) Les energies cinètica i potencial del cos a l'inici i al final del recorregut.

$$E_{ci} = 0$$

$$E_{pi} = m g h = 20 \cdot 9,8 \cdot 10 = 1960 \text{ J}$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^2 = 1000 \text{ J}$$

$$E_{pf} = 0$$

- b) L'energia mecànica perduda per fregament.

$$\Delta E = W_{fnc} \rightarrow W_{fnc} = 1000 - 1960 = -960 \text{ J}$$

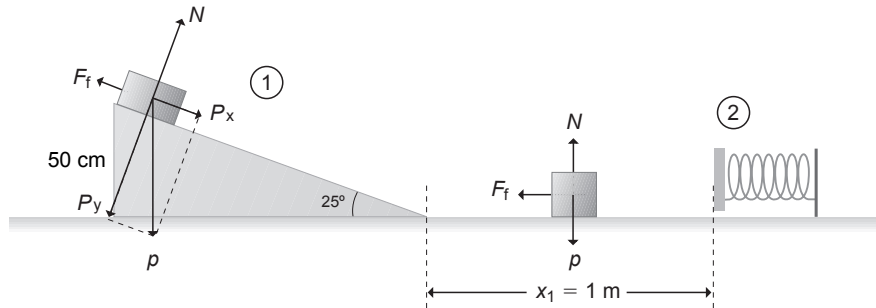
25. Deixem caure un cos d'1 kg de massa situat a la part de dalt d'un pla inclinat (fig. 7.28). Calculeu fins a quin punt es comprimirà la molla de constant elàstica 200 N/m, si:

a) No hi ha fregament.

$$\Delta E = 0 \rightarrow E_{pe} - E_{pg} = 0$$

$$\frac{1}{2} kx^2 = mgh \rightarrow x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} \rightarrow x = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot 9,8 \cdot 0,5}{200}} = 0,22 \text{ m}$$

b) Si en tot el recorregut hi ha un fregament de coeficient 0,1.



$$\textcircled{1} \Delta E = W_{fnc} \rightarrow E_c - E_p = W_{fnc} \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - mgh = -\mu m g \cos \alpha \Delta x$$

$$\sin 25^\circ = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin 25^\circ}$$

$$\frac{1}{2} v^2 - gh = -\mu g \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} \rightarrow v = \sqrt{2 \left(gh - \mu g \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} \right)} \rightarrow$$

$$v = \sqrt{2gh \left(1 - \frac{\mu}{\tan \alpha} \right)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,5 \left(1 - \frac{0,1}{\tan 25^\circ} \right)} = 2,77 \text{ m/s}$$

$$\textcircled{2} E_{pe} - E_c = W_{fnc}$$

$$\frac{1}{2} kx^2 - \frac{1}{2} m v^2 = -\mu mg(x + x_1) \rightarrow kx^2 - m v^2 = -2\mu mg(x + x_1)$$

$$200x^2 - 1 \cdot 2,77^2 = -2 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 9,8(x + 1) \rightarrow$$

$$\rightarrow 200x^2 - 7,7 = -1,96x - 1,96 \rightarrow 200x^2 + 1,96x - 5,74 = 0$$

$$x = \frac{-1,96 \pm \sqrt{1,96^2 + 4 \cdot 5,74 \cdot 200}}{2 \cdot 200} = \frac{-1,96 \pm 67,79}{400} = 0,16 \text{ m}$$

26. Un cos de 0,5 kg inicialment en repòs llisca per un pla inclinat de 3 m de longitud i un angle de 30° sobre l'eix horitzontal fins que xoca amb la molla de constant elàstica 300 N/m situada al final del pla inclinat (fig. 7.29). Calculeu la velocitat d'impacte del cos amb la molla i la màxima compressió de la molla:

a) Si no tenim en compte el fregament en tot el recorregut.

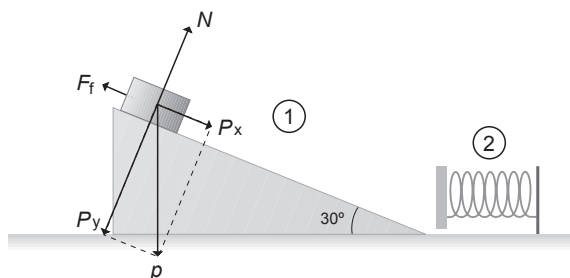
$$\Delta E = 0 \rightarrow E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$h = \Delta x \sin 30^\circ = 3 \sin 30^\circ = 1,5 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1,5} = 5,42 \text{ m/s}$$

$$\Delta E = 0 \rightarrow E_{pe} = E_{pg} \rightarrow \frac{1}{2} kx^2 = mgh \rightarrow x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5 \cdot 9,8 \cdot 1,5}{300}} = 0,22 \text{ m}$$

b) Si entre el cos i el pla actua el fregament amb un coeficient de 0,2.



$$\textcircled{1} \quad \Delta E = W_{fnc} \rightarrow E_c - E_p = -\mu mg \cos \alpha \Delta x \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - m g h = -\mu m g \cos \alpha \Delta x \rightarrow$$

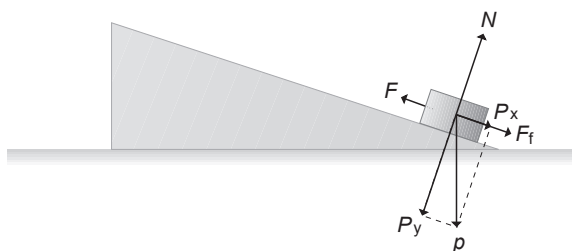
$$\rightarrow v = \sqrt{2g(h - \mu \cos \alpha \Delta x)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 (1,5 - 0,2 \cos 30^\circ \cdot 3)} = 4,38 \text{ m/s}$$

$$\textcircled{2} \quad E_{pe} - E_c = W_{fnc} \rightarrow \frac{1}{2} k x^2 - \frac{1}{2} m v^2 = -\mu m g x \rightarrow k x^2 - m v^2 + 2 \mu m g x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 300 x^2 - 0,5 \cdot 4,38^2 + 2 \cdot 0,2 \cdot 0,5 \cdot 9,8 x = 0 \rightarrow 300 x^2 + 1,96 x - 9,59 = 0$$

$$x = \frac{-1,96 \pm \sqrt{1,96^2 + 4 \cdot 300 \cdot 9,59}}{2 \cdot 300} = 0,17 \text{ m}$$

27. Llancem per un pendent i cap amunt un cos de 300 kg de massa amb una velocitat inicial de 50 m/s. Calculeu fins a quina altura pujarà, si mentre puja es dissipen $7,5 \cdot 10^4$ J d'energia mecànica a causa de les forces de fregament.



$$\Delta E = W_{fnc} \rightarrow E_p - E_c = W_{fnc}$$

$$m g h - \frac{1}{2} m v^2 - W_{fnc} \rightarrow 300 \cdot 9,8 h - \frac{1}{2} 300 \cdot 50^2 = -7,5 \cdot 10^4$$

$$2970 h - 375000 = -7,5 \cdot 10^4 \rightarrow h = 102,04 \text{ m}$$

28. Una bola de 20 g de massa es mou sense fregament damunt d'una superfície a 10 m/s, i xoca contra una altra bola que està en repòs. A conseqüència del xoc, que és perfectament elàstic, la primera bola surt llançada cap enrere amb una velocitat de 5 m/s. Calculeu la massa de la segona bola.

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 20 \text{ g} \\ v_1 = 10 \text{ m/s} \\ v_1' = -5 \text{ m/s} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} m_2 \\ v_2 = 0 \\ v_2' \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array} \right\}$$

$$0,02 \cdot 10 = 0,02 (-5) + m_2 v_2'$$

$$10 - 5 = v_2' \rightarrow v_2' = 5 \text{ m/s}$$

$$0,2 = -0,1 + 5 \cdot m_2 \rightarrow m_2 = \frac{0,3}{5} = 0,06 \text{ kg} = 60 \text{ g}$$

29. Dues boles es mouen en la mateixa direcció però en sentits contraris amb velocitats de 2 m/s i 1 m/s, respectivament. Es produeix un xoc perfectament elàstic. Després del xoc es mouen en la mateixa direcció, la mateixa velocitat en mòdul, però en sentits contraris. Com seran les seves respectives masses?



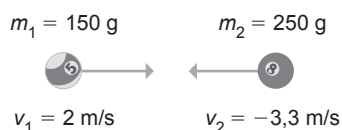
$$\left. \begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' &= v_2 + v_2' \end{aligned} \right\}$$

$$2m_1 - m_2 = -2m_1 + m_2$$

$$4m_1 = 2m_2 \rightarrow m_1 = 0,5m_2$$

30. Dues boles de billar de masses m_1 i m_2 , que duen velocitats inicials de 2 m/s i 3,3 m/s respectivament, experimenten un xoc frontal. Si la primera es mou cap a la dreta i la segona cap a l'esquerra, calculeu les velocitats finals en els casos següents, suposant que el xoc és perfectament elàstic.

- a) $m_1 = 150 \text{ g}$, $m_2 = 250 \text{ g}$



$$\left. \begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' &= v_2 + v_2' \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0,15 \cdot 2 + 0,25 \cdot (-3,3) &= 0,150 v_1' + 0,250 v_2' \\ 2 + v_1' &= -3,3 + v_2' \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} -0,525 &= 0,15 v_1' + 0,25 v_2' \\ v_1' &= v_2' - 5,3 \end{aligned} \right\}$$

$$-0,525 = 0,15 (v_2' - 5,3) + 0,25 v_2'$$

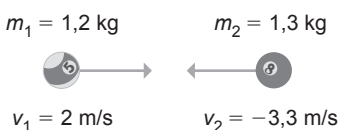
$$-0,525 = 0,15 v_2' - 0,795 + 0,25 v_2'$$

$$-0,525 = 0,4 v_2' - 0,795$$

$$v_2' = \frac{0,795 - 0,525}{0,4} = 0,67 \text{ m/s}$$

$$v_1' = 0,67 - 5,3 = -4,62 \text{ m/s}$$

- b) $m_1 = 1,2 \text{ kg}$, $m_2 = 1,3 \text{ kg}$



$$\left. \begin{aligned} 1,2 \cdot 2 - 1,3 \cdot 3,3 &= 1,2 v_1' + 1,3 v_2' \\ 2 + v_1' &= -3,3 + v_2' \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} -1,89 &= 1,2 v_1' + 1,3 v_2' \\ v_1' &= v_2' - 5,3 \end{aligned} \right\}$$

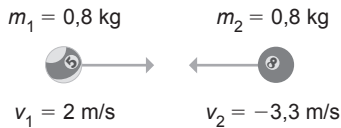
$$-1,89 = 1,2 (v_2' - 5,3) + 1,3 v_2'$$

$$-1,89 = 1,2 v_2' - 6,36 + 1,3 v_2'$$

$$4,47 = 2,5 v_2' \rightarrow v_2' = \frac{4,47}{2,5} = 1,8 \text{ m/s}$$

$$v_1' = 1,8 - 5,3 = -3,5 \text{ m/s}$$

c) $m_1 = m_2 = 0,8 \text{ kg}$



$$\left. \begin{aligned} 2m - 3,3m &= m v_1' + m v_2' \\ 2 + v_1' &= -3,3 + v_2' \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} -1,3 &= v_1' + v_2' \\ 2 + v_1' &= -3,3 + v_2' \end{aligned} \right\}$$

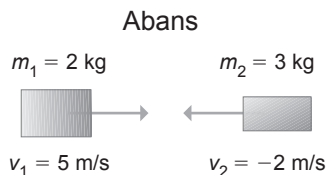
$$-1,3 = v_1' + v_2'$$

$$5,3 = -v_1' + v_2'$$

$$4 = 2 v_2' \rightarrow v_2' = 2 \text{ m/s}$$

$$v_1' = -5,3 + v_2' \rightarrow v_1' = -3,3 \text{ m/s}$$

31. Un cos de 2 kg es mou a una velocitat de 5 m/s i un altre cos de 3 kg es mou a 2 m/s en la mateixa direcció però en sentit contrari. Quina energia es desprèn en el xoc entre tots dos cossos, si aquest és perfectament inelàstic?



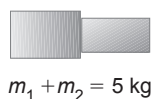
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

$$2 \cdot 5 + 3 \cdot (-2) = 5 v' \rightarrow v' = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ m/s}$$

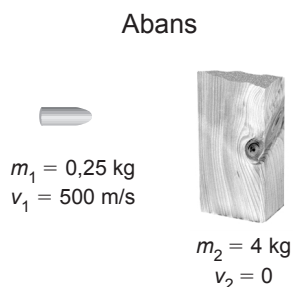
$$\Delta E_c = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0,8^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (-2)^2 = -29,4 \text{ J}$$

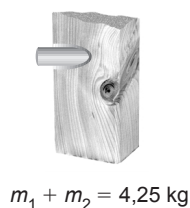
Després



32. Una bala de fusell que té una massa de 250 g és disparada a una velocitat de 500 m/s contra un bloc de fusta de 4 kg de massa. Si la bala queda incrustada dins del bloc de fusta, calculeu:



Després



a) La velocitat amb què es mou el conjunt després del xoc.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

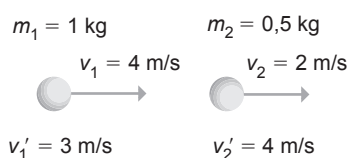
$$0,25 \cdot 500 + 4 \cdot 0 = 4,25 v' \rightarrow v' = 29,41 \text{ m/s}$$

b) L'energia dissipada en el xoc.

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \rightarrow$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 4,25 \cdot 29,41^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 500^2 = -29411,76 \text{ J}$$

33. Dues boles de masses 1 kg i 0,5 kg, que avancen per un pla horitzontal en la mateixa direcció i sentit, i a velocitats respectives de 4 m/s i 2 m/s, xoquen i com a conseqüència del xoc varien de velocitat a 3 m/s i 4 m/s, respectivament. Calculeu el coeficient de restitució i l'energia dissipada després del xoc.



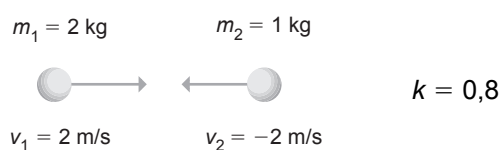
$$k = \frac{-(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2} = \frac{-(3 - 4)}{4 - 2} = 0,5$$

$$E_{ci} = E_{ci1} + E_{ci2} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 2^2 = 9 \text{ J}$$

$$E_{cf} = E_{cf1} + E_{cf2} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 4^2 = 8,5 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = 8,5 - 9 = -0,5 \text{ J}$$

34. Dues boles de masses 2 kg i 1 kg respectivament xoquen frontalment a una velocitat de 2 m/s cada una. Si el coeficient de restitució del xoc és de 0,8, quines són les velocitats després del xoc?



$$k = \frac{-(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2} \rightarrow 0,8 = \frac{-(v_1' - v_2')}{2 - (-2)} \rightarrow 3,2 = -v_1' + v_2'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$2 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) = 2 v_1' + 1 v_2' \rightarrow 2 = 2 v_1' + v_2'$$

$$3,2 = -v_1' + v_2'$$

$$2 = 2 v_1' + v_2'$$

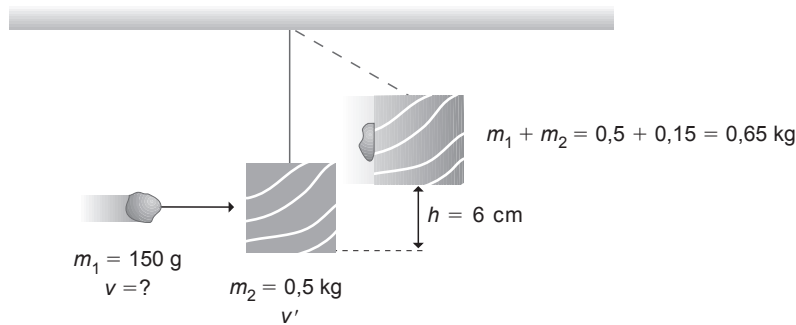
$$3,2 = -v_1' + v_2'$$

$$-2 = -2 v_1' - v_2'$$

$$1,2 = -3 v_1' \quad / \quad \rightarrow v_1' = -\frac{1,2}{3} = -0,4 \text{ m/s}$$

$$3,2 = 0,4 + v_2' \rightarrow v_2' = 2,8 \text{ m/s}$$

35. Una bola de plastilina amb una massa de 150 g es mou horitzontalment a una velocitat indeterminada i impacta sobre un bloc de 0,5 kg (fig. 7.30). Com a conseqüència de l'impacte el bloc puja fins a una altura de 6 cm. Calculeu a quina velocitat ha impactat la bola de plastilina sobre el bloc.



$$\Delta E = 0 \rightarrow E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 = (m_1 + m_2) g h$$

$$v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,06} = 1,08 \text{ m/s}$$

$$m_1 v = (m_1 + m_2) v'$$

$$v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v' = \frac{0,15 + 0,5}{0,15} 1,08 = 4,7 \text{ m/s}$$

36. La massa en repòs d'un electró és de $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. Quina és la massa relativista que té si la velocitat que duu és de $0,7c$?

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{0,7^2 c^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,7^2}} \Rightarrow m = 1,25 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

37. Per a un electró que s'accelera fins a arribar a una velocitat de $0,6c$, compareu l'energia cinètica relativista amb el valor donat per la mecànica de Newton.

$$E_c = (m - m_0) c^2 \rightarrow \text{Relativista}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = 1,14 \cdot 10^{-30} \text{ J}$$

$$E_{c_{\text{rel}}} = (1,14 \cdot 10^{-30} - 9,1 \cdot 10^{-31}) (3 \cdot 10^8)^2 = 2,07 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_{c_{\text{no rel}}} = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (0,6 \cdot 3 \cdot 10^8)^2 = 1,47 \cdot 10^{-14}$$

38. A quina velocitat s'ha de moure un cos perquè se'n tripliqui la massa?

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 3m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{3} \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{9} \rightarrow v^2 = \left(1 - \frac{1}{9}\right) c^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = c \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{8}{9}} = \sqrt{8} \cdot 10^8 = 2,83 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

39. L'energia total d'un protó és dues vegades l'energia que té en repòs. Si la massa del protó és de $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, calculeu:

a) L'energia en repòs del protó.

$$E_0 = m_0 c^2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \rightarrow E_0 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

b) La velocitat del protó.

$$2E_0 = m c^2 \rightarrow m = \frac{2E_0}{c^2} \rightarrow m = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-10}}{(3 \cdot 10^8)^2} \rightarrow m = 3,33 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 3,33 \cdot 10^{-27} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{3,33 \cdot 10^{-27}} = 0,5 \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = 0,5^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = c \sqrt{1 - 0,5^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - 0,5^2} = 2,60 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

c) L'energia cinètica del protó.

$$E_c = 2E_0 - E_0 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

40. Un satèl·lit ($m_0 = 325$ kg) es desplaça sobre la seva òrbita a una velocitat $v = 1$ km/s. Quin augment de massa li aprecia un observador que es troba fix respecte del sistema terra?

$$m_0 = 325 \text{ kg} \quad E_c = \Delta m c^2 \quad v = 1000 \text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} \cdot 325 \cdot 1000^2 = 1,625 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$\Delta m = \frac{E_c}{c^2} = \frac{1,625 \cdot 10^8}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,8 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$$

41. L'energia d'un electró en repòs és de $8,18 \cdot 10^{-14}$ J. Trobeu l'energia cinètica d'un electró en moviment amb una velocitat $v = 0,5 c$.

$$\left. \begin{array}{l} E_0 = m_0 c^2 \\ E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2 \\ E = \Delta m c^2 \end{array} \right\}$$

$$m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{8,18 \cdot 10^{-14}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{0,5^2 c^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,5^2}} = 1,05 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$E = \Delta m c^2 = (1,05 \cdot 10^{-30} - 9,1 \cdot 10^{-31}) (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow E = 1,26 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$