

Treball i energia

Qüestions

1. Un nen vol fer pujar la seva joguina per plans inclinats diferents que tenen la mateixa alçària (fig. 6.42).

Demostreu, suposant que aconseguix que la joguina pugui fins a dalt en els dos casos a velocitat constant i tenint en compte que no actua la força de fregament:

- a) Que la força que ha de fer és diferent en un cas que en l'altre.

$\vec{F} = m \vec{a}$. Com que la velocitat és constant, $\vec{a} = 0$.

$$F_a = p_x = p \sin \alpha$$

$$F_b = p_x = p \sin \beta$$

Com que $\alpha > \beta \rightarrow \sin \alpha > \sin \beta \rightarrow F_a > F_b$

- b) Que el treball és el mateix en els dos casos.

$$W_a = F_a x_a = p \sin \alpha x_a$$

Tenim en compte que $\sin \alpha = \frac{h}{x_a}$

$$\text{Si substituïm: } W_a = p \frac{h}{x_a} x_a = p h$$

Fem el mateix per calcular W_b :

$$W_b = F_b x_b = p \sin \beta x_b$$

Tenim en compte que $\sin \beta = \frac{h}{x_b}$

$$\text{Si substituïm: } W_b = p \frac{h}{x_b} x_b = p h$$

D'on veiem que $W_a = W_b$.

2. Quin factor influeix més en el valor de l'energia cinètica, la massa de la partícula o la velocitat?

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

La velocitat afecta més a l'energia cinètica de la partícula, ja que en l'expressió està elevada al quadrat.

3. Tenim dos cossos de masses una el doble que l'altra. La velocitat del cos més lleuger és el doble que la del cos més pesat. Quina afirmació és la correcta? Raoneu-ho.

- a) Els dos tenen la mateixa energia cinètica.
 b) S'han desplaçat el mateix en el mateix interval de temps.
 c) El cos més lleuger té el doble d'energia cinètica que el cos més pesat.
 d) El cos més pesat té el doble d'energia cinètica que el cos més lleuger.

Cos 1	Cos 2
$m_1 = 2m_2$	m_2
v_1	$v_2 = 2v_1$

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} 2m_2 v_1^2 = m_2 v_1^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (2v_1)^2 = 2m_2 v_1^2$$

Si relacionem les dues expressions:

$$\frac{E_{c1}}{E_{c2}} = \frac{m_2 v_1^2}{2m_2 v_1^2} = \frac{1}{2} \rightarrow 2E_{c1} = E_{c2}$$

La resposta correcta és la d). El cos més petit té el doble d'energia cinètica que el cos més lleuger.

4. La normativa vigent sobre vehicles pesants els obliga a portar un aparell que en limita la velocitat.

Raoneu si això té relació amb l'energia cinètica que poden acumular respecte dels vehicles més lleugers, si circulen a la mateixa velocitat.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

L'augment de massa comporta un augment de l'energia cinètica del vehicle, si aquest està en moviment; i per una mateixa velocitat, un vehicle amb més massa acumula més energia cinètica.

5. Una mateixa força resultant actua sobre una moto i sobre una pilota de tennis al llarg d'un mateix desplaçament en la mateixa direcció i sentit. La variació de l'energia cinètica és més gran en:

- La moto.
- La pilota.
- Totes dues tindran la mateixa energia cinètica.

Si la força realitzada i el desplaçament són iguals, del teorema del treball i l'energia cinètica, $W = \Delta E_c$, tenim que la variació de l'energia cinètica també és la mateixa. Per tant, la resposta correcta és la c).

6. Volem que el treball realitzat per anar des del punt A fins al punt B (fig. 6.43) sigui el mateix fent-lo pel recorregut 1 que fent-lo pel recorregut 2. Com ha de ser la força que hi actua?

La força realitzada en els dos casos ha de ser conservativa, ja que el treball realitzat és el mateix.

7. Un avió vola a una certa altura. Com es calcula l'energia mecànica?

Si en coneixem la massa, l'altura i la velocitat amb què vola, l'energia mecànica val:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$$

8. Esteu damunt el trampolí d'una piscina. Analitzeu:

- L'energia mecànica que teniu damunt del trampolí.

L'energia mecànica equival a l'energia potencial gravitatòria.

- Com varia l'energia mecànica:

— D'una pilota llançada cap amunt des del trampolí i que cau dins la piscina.

Cap amunt, l'energia potencial augmenta mentre disminueix l'energia cinètica fins a convertir-

se tota en energia potencial. Quan comença a baixar, va augmentant l'energia cinètica mentre que l'energia potencial disminueix fins a anul·lar-se.

— **D'una moneda que cau des del trampolí i arriba al fons de la piscina.**

L'energia potencial va disminuint, fins i tot és negativa al fons de la piscina. Conforme aquesta energia va disminuint, l'energia cinètica augmenta.

9. Escriu la seqüència de transformacions energètiques que hi ha en el funcionament d'una central hidroelèctrica.

Resposta oberta: Es pot consultar una enciclopèdia.

10. És possible que la velocitat d'un cos estigui dirigida cap a l'est i la força que actua sobre ell cap a l'oest? Raoneu la resposta.

És possible sempre i quan el cos estigui en moviment, per exemple quan sobre el cos actua la força de fregament.

11. Tenim dos cossos en repòs. La massa d'un és el doble de la de l'altre. L'altura en què es troba el més lleuger és el doble de la del més pesat. Demostreu que els dos cossos tenen:

Cos 1	Cos 2
m_1	$m_2 = 2 m_1$
$h_1 = 2 h_2$	h_2

a) La mateixa energia potencial gravitatòria.

$$E_{p1} = m_1 g h_1 = m_1 g 2 h_2$$

$$E_{p2} = m_2 g h_2 = 2 m_1 g h_2$$

D'on deduïm que $E_{p1} = E_{p2}$.

b) La mateixa energia mecànica.

Com que l'energia cinètica és nul·la en els dos casos, l'energia mecànica també coincideix.

Problemes

1. Calculeu el treball que realitza una noia amb una motxilla de 15 kg.

a) L'aguanta 5 min mentre espera entrar a l'institut per començar les classes.

$$W = \vec{F} \Delta \vec{r} \rightarrow \Delta \vec{r} = 0 \rightarrow W = 0$$

b) Es dirigeix a l'aula caminant a velocitat constant.

$$v = \text{constant} \rightarrow \vec{F} = 0 \rightarrow W = 0$$

c) Se la treu de l'esquena a 1 m del terra i la hi deixa.

$$W = \vec{F} \Delta \vec{r} \rightarrow W = m g y \cos \alpha = -15 \cdot 9,8 \cdot 1 \cdot \cos 180^\circ \rightarrow W = -147 \text{ J}$$

2. Un objecte es desplaça 10 m quan hi actua una força de 20 N. Calculeu el treball realitzat sobre l'objecte, quan la força:

a) Té el mateix sentit que el desplaçament de l'objecte.

$$W = \vec{F} \Delta \vec{r} \rightarrow W = 20 \cdot 10 = 200 \text{ J}$$

b) Té sentit contrari al desplaçament de l'objecte.

$$W = 20 \cdot 10 \cdot \cos 180^\circ = -200 \text{ J}$$

c) És perpendicular al desplaçament de l'objecte.

$$W = 20 \cdot 10 \cdot \cos 90^\circ = 0$$

3. Volem moure un armari de massa 100 kg. Si la força de fregament amb el terra és de 250 N:

a) Quina és la mínima força que cal fer per moure'l?

$$F - F_f = ma \rightarrow F = F_f = 250 \text{ N}$$

b) Amb quina acceleració es mourà si apliquem una força constant de 300 N?

$$F - F_f = ma \rightarrow 300 - 250 = 100 a \rightarrow a = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

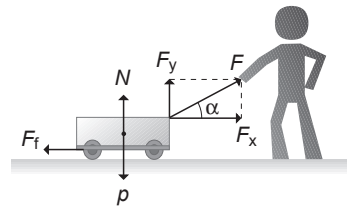
c) Quin és el treball que haurem fet els primers 10 s?

$$W = (F - F_f) \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 10^2 = 25 \text{ m}$$

$$W = (300 - 250) \cdot 25 = 1250 \text{ J}$$

4. Un nen vol arrossegar 5 m el carretó de 2 kg de massa per una superfície horitzontal i ho fa mitjançant una corda que forma un angle de 45° amb la superfície (fig. 6.44), i amb una força de 25 N. Si el coeficient de fregament entre les rodes del carretó i la superfície és de 0,1, calculeu:



a) El treball que realitza cada una de les forces que actuen sobre el carretó.

$$W_p = 0$$

$$W_N = 0$$

$$W_F = F_x \cos \alpha = 25 \cdot 5 \cdot \cos 45^\circ = 88,39 \text{ J}$$

$$N = p - F_y = 2 \cdot 9,8 - 25 \cdot \sin 45^\circ = 1,92 \text{ J}$$

$$W_{F_f} = \mu N \cos \alpha = 0,1 \cdot 1,92 \cdot 5 \cdot \cos 180^\circ = -0,965 \text{ J}$$

b) El treball total. Comproveu que és igual al treball que realitza la força resultant.

$$W_T = W_p + W_N + W_{F_f} + W_F = -0,965 + 88,39 = 87,42 \text{ J}$$

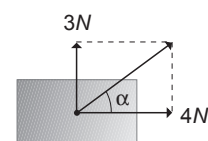
$$\vec{F}_T = \vec{N} + \vec{p} + \vec{F}_f + \vec{F}$$

$$F_x = F_x \cos \alpha \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow F_{Tx} = F_x - F_f = 25 \cdot \cos 45^\circ - 0,1 \cdot 1,92 = 17,48 \text{ N}$$

$$F_f = \mu N \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow F_{Ty} = 0$$

$$W_T = F_T x \cos \alpha = 17,48 \cdot 5 \cdot \cos 0^\circ = 87,42 \text{ J}$$

5. Una força de 3 N i una altra de 4 N són perpendiculars i actuen durant 10 s sobre un cos de 2,5 kg, que es mou en la direcció de la força de 4 N sense fregament. Calculeu:



a) Quin és el treball de la força resultant?

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{4}{2,5} = 1,6 \text{ m/s}^2$$

$$F_R = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ N}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{3}{4} = 0,75 \rightarrow \alpha = 36,87^\circ$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^2 = 80 \text{ m}$$

$$W = F \Delta x \cos \alpha = 5 \cdot 80 \cdot \cos 36,87^\circ = 320 \text{ J}$$

b) Quin és el treball de la força de 3 N?

$$W_{3\text{N}} = 0 \rightarrow \alpha = 90^\circ$$

c) Quin és el treball de la força de 4 N?

$$W_{4\text{N}} = F \Delta x \cos \alpha = 4 \cdot 80 \cdot \cos 0^\circ = 320 \text{ J}$$

d) El treball de la força resultant és igual a la suma dels treballs fets per cadascuna de les forces?

$$W_T = W_{3\text{N}} + W_{4\text{N}} = 320 \text{ J}$$

6. Un cos de massa 100 kg es mou segons un moviment rectilini, d'acord amb la figura 6.45.

a) Calculeu quina força actua en cada tram del seu moviment.

$$1\text{r tram: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20}{4} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma \rightarrow F = 100 \cdot 5 = 500 \text{ N}$$

$$2\text{n tram: } a = \frac{10 - 20}{6 - 4} = -5 \text{ m/s}^2$$

$$F = -100 \cdot 5 = -500 \text{ N}$$

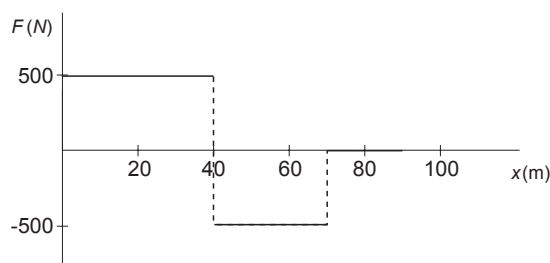
$$3\text{r tram: } a = 0 \rightarrow F = 0$$

b) Representeu gràficament la força enfront del desplaçament del cos.

$$1\text{r tram: } x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 = 40 \text{ m}$$

$$2\text{n tram: } x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 = 40 + 20 \cdot (6 - 4) - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (6 - 4)^2 = 70 \text{ m}$$

$$3\text{r tram: } x = x_0 + v \Delta t = 70 + 10 \cdot (8 - 6) = 90 \text{ m}$$



c) Calculeu a partir de la representació gràfica el treball total realitzat per la força.

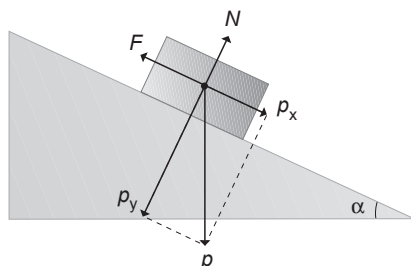
$$1r \text{ tram: } W_1 = F_1 \Delta x = 500 \cdot 40 = 20\,000 \text{ J}$$

$$2n \text{ tram: } W_2 = F_2 \Delta x = -500 \cdot (70 - 40) = -15\,000 \text{ J}$$

$$3r \text{ tram: } W_3 = F_3 \Delta x = 0$$

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 = 20\,000 - 15\,000 = 5\,000 \text{ J}$$

7. Volem fer pujar un bloc de 50 kg a velocitat constant per un pla inclinat de 4 m d'alçària i 5 m de longitud, mitjançant una força aplicada en la mateixa direcció i sentit del desplaçament del cos. Calculeu:



a) La força que s'ha de realitzar, suposant que no existeix fregament entre el cos i el pla inclinat.

$$\Sigma F = ma$$

$$F = p_x = mg \sin \alpha$$

$$F = mg \frac{h}{x} = 50 \cdot 9,8 \cdot \frac{4}{5} = 392 \text{ N}$$

b) El treball que s'ha realitzat quan el bloc arriba a dalt del pla inclinat.

$$W = F \Delta x = 392 \cdot 5 = 1\,960 \text{ J}$$

c) La força que s'ha de realitzar, si el coeficient de fregament entre el cos i el pla és de 0,1.

$$F = p_x + F_f = mg \sin \alpha + \mu N = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \alpha = 53,13^\circ$$

$$F = 50 \cdot 9,8 \cdot (\sin 53,13^\circ + 0,1 \cdot \cos 53,13^\circ) = 421,4 \text{ N}$$

d) Quin és l'avantatge d'utilitzar un pla inclinat per pujar el bloc en lloc d'elevat-lo verticalment?

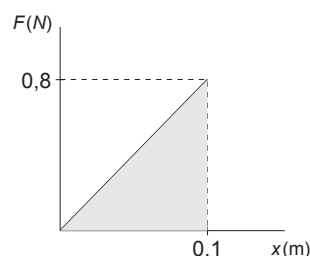
Tot i que realitzen el mateix treball, per pujar-lo pel pla indicant la força que fan és de 392 N; i quan l'elevem la força que hem de fer ha de ser igual al pes del cos, és a dir, 490 N.

8. Pengem un cos de massa m d'una molla que compleix la llei de Hooke, segons la funció $F = 8x$. Calculeu el treball necessari per deformar-la 10 cm.

$$F = 8x$$

x (m)	F (N)
0	0
0,1	0,8

$$W = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 0,1 = 0,04 \text{ J}$$



9. Calculeu el treball que realitza una grua per aixecar 500 kg de totxos i col·locar-los a una altura de 20 m. Expresses el resultat en J i kWh.

$$W = F \Delta x \rightarrow W = mgh = 500 \cdot 9,8 \cdot 20 = 98\,000 \text{ J}$$

$$98\,000 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} = 0,027 \text{ kWh}$$

10. Una grua aixeca una biga de 100 kg a una altura de 15 m i després desplaça la càrrega horitzontalment 10 m. Calculeu:

- a) Quant val el treball realitzat?

$$W = F \Delta y = mg \Delta y = 100 \cdot 9,8 \cdot 15 = 14\,700 \text{ J}$$

- b) Quina potència útil té la grua si tarda 1 min a alçar la biga?

$$P = \frac{W}{t} = \frac{14\,700}{60} = 245 \text{ W}$$

11. S'aixequen 100 m³ d'aigua a una altura de 30 m en un temps de 5 s. Calculeu la potència de la bomba que aixeca l'aigua.

$$100 \text{ m}^3 \cdot \frac{10^3 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 10^5 \text{ kg}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \Delta x}{t} = \frac{mg \Delta x}{t} = \frac{10^5 \cdot 9,8 \cdot 30}{5} = 5,88 \cdot 10^6 \text{ W}$$

12. Una màquina de 8 CV funciona durant una hora i mitja. Quin treball ha desenvolupat? Doneu el resultat en J i kWh.

$$W = Pt$$

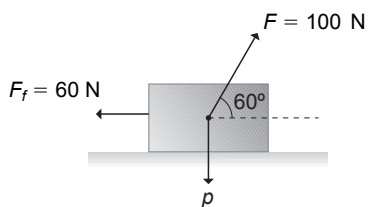
$$W = 80 \text{ CV} \cdot \frac{735 \text{ W}}{1 \text{ CV}} \cdot 90 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 3,17 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$3,17 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} = 8,82 \text{ kWh}$$

13. Un motor té un consum mitjà d'1,2 kW. Si desenvolupa una potència de 2,5 CV, quin és el rendiment d'aquest motor?

$$\left. \begin{array}{l} P = 1,2 \text{ kW} \\ P_d = 2,5 \text{ CV} \end{array} \right\} \eta = \frac{1\,200 \text{ W}}{2,5 \text{ CV} \cdot \frac{735 \text{ W}}{1 \text{ CV}}} = 0,65$$

14. Un objecte de 10 kg és arrossegat per una pista horitzontal una distància de 10 m, amb una força constant de 100 N que forma un angle de 60° amb la direcció del desplaçament. La força de fregament d'aquest objecte amb el terra és de 60 N. Calculeu:



- a) El treball realitzat per la força aplicada, per la força de fregament i per la força pes.

$$W_p = mg \Delta x \cos \alpha = 0$$

$$W_F = F \Delta x \cos \alpha \rightarrow W_F = 100 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 500 \text{ J}$$

$$W_{F_f} = F_f \Delta x \cos \alpha = -60 \cdot 10 = -60 \text{ J}$$

- b) La potència total desenvolupada per totes les forces que hi actuen.

$$\Sigma F = F_x - F_f = 100 \cdot \cos 60^\circ - 60 = 44 \text{ N}$$

$$\Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{44}{10} = 4,4 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{4,4}} = 2,13 \text{ s}$$

$$P_F = \frac{W_F}{t} = \frac{500}{2,13} = 234,52 \text{ W}$$

$$P_{F_f} = \frac{W_{F_f}}{t} = \frac{60}{2,13} = 28,17 \text{ W}$$

$$P_p = 0$$

15. Una vagoneta que té una massa de 200 kg es troba sobre una via horitzontal. Calculeu el treball que es fa en els casos següents:

- a) Si empenyeu la vagoneta amb una força de 100 N durant 50 s sense aconseguir que la vagoneta es mogui.

$$W = 100 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

- b) Si l'empenyeu amb una força constant de 200 N en la direcció de la via, fent un recorregut 50 m en 10 s.

$$W = 200 \cdot 50 = 10\,000 \text{ J}$$

- c) Si empenyeu la vagoneta amb una força de 500 N que fa un angle de 60° amb la via, i la vagoneta recorre 100 m en 12,65 s.

$$W = 500 \cdot 100 \cdot \cos 60^\circ = 25\,000 \text{ J}$$

- d) Calculeu la potència desenvolupada en els tres apartats anteriors.

$$P_a = 0$$

$$P_b = \frac{W}{t} = \frac{10\,000}{10} = 1\,000 \text{ W}$$

$$P_c = \frac{25\,000}{10} = 2\,500 \text{ W}$$

16. Empenyeu una vagoneta de 500 kg per una via horitzontal i sense fregament, amb una força de 250 N, i es desplaça 10 m.

- a) Quin ha estat el treball fet per la força?

$$W = F \Delta x \cos \alpha = 250 \cdot 10 = 2\,500 \text{ J}$$

- b) Quina és l'energia cinètica que ha adquirit la vagoneta?

$$W = \Delta E_c = 2\,500 \text{ J}$$

c) Quina velocitat té quan acaba el seu recorregut?

$$W = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2500}{500}} = 3,16 \text{ m/s}$$

17. Un camió de 60 tones porta una velocitat de 72 km/h i de sobte frena. Si s'atura 10 s després, quina ha estat la potència mitjana de frenada?

$$m = 60 \text{ t} = 60\,000 \text{ kg}$$

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$W = \Delta E_c \rightarrow W = 0 - \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow W = -\frac{1}{2} \cdot 60\,000 \cdot 20^2 = -1,2 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1,2 \cdot 10^7}{10} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ W}$$

18. Un automòbil de massa 1200 kg es desplaça a una velocitat de 20 m/s. Quin és el treball que han de fer els frens per reduir la seva velocitat a 8 m/s? És positiu o negatiu aquest treball? Per què?

$$W = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot (8^2 - 20^2) = 201\,600 \text{ J}$$

El treball que fan els frens és negatiu, ja que hi ha una disminució de la velocitat del cos, i aplicant el teorema de l'energia cinètica $W = \Delta E_c$, $\Delta E_c < 0$ per tant $W < 0$.

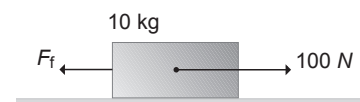
19. Un projectil de 250 g travessa una paret de 0,30 m de gruix. La velocitat en el moment de penetrar la paret és de 300 m/s i en sortir és de 90 m/s. Calculeu el treball realitzat pel projectil i la resistència de la paret.

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 0,250 \cdot (90^2 - 300^2) = -10\,237,5 \text{ J}$$

$$W = F \Delta x \rightarrow F = \frac{W}{\Delta x} = \frac{10\,237,5}{0,3} = 34\,125 \text{ N}$$

20. Una força constant de 100 N actua sobre un cos de 10 kg que inicialment es mou a 36 km/h durant 20 s. Si es mou amb una acceleració de 5 m/s²:



a) Quina és la força de fregament?

$$F - F_f = m a \rightarrow F_f = F - m a = 100 - 10 \cdot 5 = 50 \text{ N}$$

b) A quina velocitat es mou als 20 s?

$$v = v_0 + a t = 10 + 5 \cdot 20 = 110 \text{ m/s}$$

c) Quin espai recorre durant aquest temps?

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x = 10 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20^2 = 1200 \text{ m}$$

d) Quin treball s'ha realitzat?

$$W = F_T \Delta x \rightarrow W = (100 - 50) \cdot 1200 = 60000 \text{ J}$$

e) Quin ha estat l'augment de l'energia cinètica?

$$W = \Delta E_c = 60000 \text{ J}$$

21. Un objecte de 100 kg es mou a una velocitat de 15 m/s. S'hi aplica una força de 500 N en el sentit del desplaçament, i la velocitat arriba fins a 20 m/s. Calculeu:

a) Quin treball s'ha realitzat?

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (20^2 - 15^2) = 8750 \text{ J}$$

b) Quin ha estat el desplaçament de l'objecte?

$$W = F \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{W}{F} = \frac{8750}{500} = 17,5 \text{ m}$$

c) Quant val la força de fregament, si quan hi actua, el cos es desplaça 3 m més, per arribar a la mateixa velocitat final?

$$\Delta x = 17,5 + 3 = 20,5 \text{ m}$$

$$F' = F - F_f$$

$$F' = \frac{W}{\Delta x} = \frac{8750}{20,5} = 426,83 \text{ N}$$

$$F_f = F - F' = 500 - 426,83 = 73,17 \text{ N}$$

22. Un conductor circula a 80 km/h per una avinguda; a 50 m hi ha un semàfor que es posa vermell i el conductor frena. L'automòbil i el conductor tenen una massa total de 1000 kg, i la força de frenada que actua és de 2000 N.

$$v_0 = 80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}$$

Calculeu:

a) L'energia cinètica inicial del cotxe.

$$E_{c0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 22,22^2 = 246914 \text{ J}$$

b) El treball realitzat per la força de frenada en els 50 m.

$$W = -F_f \Delta x = -2000 \cdot 50 = -100000 \text{ J}$$

c) Raoneu si el cotxe s'aturarà just abans o després del semàfor.

Perquè el cotxe s'aturi abans del semàfor, ha d'anul·lar tota la E_c que porta amb el treball realitzat pels frens. Dels resultats del apartats a) i b) veiem que la E_c inicial del cotxe és més gran que el treball que realitzen els frens en els 50 m. Per tant, el cotxe s'aturarà després del semàfor.

23. Ajudat per dos companys, empenyeu un automòbil que està inicialment parat amb una força constant de 1000 N i el cotxe es mou 10 m. Una vegada s'ha desplaçat els 10 m, el cotxe porta una velocitat de 3 m/s. La massa de l'automòbil és de 600 kg.

Calculeu:

- a) Quin és el treball que heu fet?

$$W = F \Delta x = 1000 \cdot 10 = 10000 \text{ J}$$

- b) Quina és l'energia cinètica de l'automòbil en acabar el recorregut assenyalat?

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 3^2 = 2700 \text{ J}$$

- c) Quin és el treball que s'ha perdut? En què s'ha transformat?

$$W_T = E_c = 10000 - 2700 = 7300 \text{ J}$$

S'ha transformat en calor.

24. Un alpinista de 80 kg escala 300 m per hora en ascensió vertical. Quina energia potencial gravitatòria guanya cada hora?

$$E_p = mgh = 80 \cdot 9,8 \cdot 300 = 235200 \text{ J}$$

25. Un espeleòleg de 75 kg de massa baixa a una cova en descens vertical. Si la cova té una profunditat de 500 m, quina és la variació d'energia potencial gravitatòria quan arriba al fons de la cova?

$$\Delta E_p = mgh - 0 = 7,5 \cdot 9,8 \cdot (-500) = -367500 \text{ J}$$

26. Un edifici té 12 pisos. Si cada pis fa 3,5 m d'alçària, calculeu per a una persona de 60 kg de massa, i prenent la planta baixa com a referència de energia potencial gravitatòria zero:

- a) L'energia potencial gravitatòria que té si viu al 5è pis.

$$E_p = mgh = 60 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 3,5 = 10290 \text{ J}$$

- b) L'energia potencial gravitatòria que té si viu al 8è pis.

$$E_p = 60 \cdot 9,8 \cdot 8 \cdot 3,5 = 16464 \text{ J}$$

- c) Quina és la variació de l'energia potencial gravitatòria si puja des del 2n pis fins al terrat de l'edifici?

$$\Delta E_p = mg \Delta h = 60 \cdot 9,8 \cdot (12 \cdot 3,5 - 2 \cdot 3,5) = 20580 \text{ J}$$

- d) Quina és la variació de l'energia potencial gravitatòria si baixa des del 6è pis fins al carrer?

$$\Delta E_p = mg \Delta h = 60 \cdot 9,8 \cdot (0 - 6 \cdot 3,5) = -12348 \text{ J}$$

27. Un test de flors està situat en un balcó en la mateixa vertical d'un pou (fig. 6.46). El test es troba damunt del terra a 15 m d'altura i té una energia potencial gravitatòria de 40 J. Si cau dins del pou, calculeu:

- a) La massa del test.

$$E_p = mgh \rightarrow m = \frac{E_p}{gh} = \frac{40}{9,8 \cdot 1,5} = 0,27 \text{ kg}$$

- b) L'energia potencial gravitatòria que té dins del pou, si el pou fa 20 m de profunditat.

$$E_p = 0,27 \cdot 9,8 \cdot (-20) = -53,3 \text{ J}$$

- c) La variació d'energia potencial gravitatòria.

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{p0} = -53,3 - 40 = -93,3 \text{ J}$$

28. Un cos de 200 g de massa està subjectat a una molla de constant recuperadora $k = 1\,000\text{ N/m}$. El conjunt està recolzat en un pla horitzontal on negligim els fregaments. Si separem el conjunt 20 cm de la posició d'equilibri, calculeu:

a) L'energia potencial elàstica que té la molla en aquesta posició.

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\,000 \cdot 0,2^2 = 20\text{ J}$$

b) El treball que hem fet per portar el cos a aquesta posició.

$$W = \Delta E_p = 20\text{ J}$$

29. Una molla té una constant de $2\,500\text{ N/m}$. Si s'hi penja una massa de 25 kg, quina longitud s'allarga la molla? Quina energia potencial elàstica emmagatzema?

$$F = k \Delta x \rightarrow mg = k \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k} = \frac{25 \cdot 9,8}{2\,500} = 0,098\text{ m}$$

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,500 \cdot 0,098^2 = 12\text{ J}$$

30. Un avió de $10\,000\text{ kg}$ de massa té una energia mecànica de 10^9 J i vola horitzontalment a 9 km d'altura. Calculeu:

a) L'energia potencial gravitatòria i l'energia cinètica.

$$E_p = mgh = 10\,000 \cdot 9,8 \cdot 9\,000 = 8,82 \cdot 10^8\text{ J}$$

$$E_c = E - E_p = 10^9 - 8,82 \cdot 10^8 = 1,18 \cdot 10^8\text{ J}$$

b) La velocitat a la qual vola l'avió.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,18 \cdot 10^8}{10\,000}} = 153,62\text{ m/s}$$

31. Un automòbil de massa $1\,000\text{ kg}$ està parat just en el moment de pujar una rampa. Arrenca i agafa una velocitat de 54 km/h quan ha arribat a una altura de 5 m per damunt del punt de partida. Calculeu l'energia mecànica adquirida.

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$$

$$v = 54\text{ km/h} = 15\text{ m/s}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 1\,000 \cdot 15^2 + 1\,000 \cdot 9,8 \cdot 5 = 161\,500\text{ J}$$

32. Un cos de 5 kg cau des de 10 m d'altura, arriba a terra i rebotja fins a una altura de 8 m. Calculeu l'energia mecànica inicial i la final.

$$E_i = mgh_0 = 5 \cdot 9,8 \cdot 10 = 490\text{ J}$$

$$E_f = mgh_f = 5 \cdot 9,8 \cdot 8 = 392\text{ J}$$