Cinemàtica 2

Qüestions

1. **Si augmenta la velocitat de l'aigua del riu, un nedador que vulgui creuar el riu, trigarà més o menys temps a fer-ho?**

   Trigarà més temps, ja que augmenta l'espai que ha de recórrer en ser més gran la velocitat del sistema S' (aigua del riu).

2. **Comenteu com veuen el moviment d'una pedra que cau d'un arbre:**

   a) **Un passatger d'una barca que navega paral·lelament a la costa, suposant que aquesta és recta.**

   Si el sistema de referència fix és la barca que es mou paral·lelament a la costa i que és on es troba el passatger, aquest observa un moviment en el pla, és a dir, un moviment parabòlic.

   b) **Un mariner des del far de la costa.**

   En aquest cas, el sistema de referència fix és la costa on es troba l'arbre i el mariner; ara observem que el moviment de la pedra és rectilini, ja que el seu moviment és un moviment vertical de caiguda lliure.

3. **Comenteu com veuen l'enlairament d'una pilota dins d'un tren en el moment de passar per l'estació:**

   a) **Un passatger assegut dins del tren.**

   Estudiem el moviment des d'un sistema de referència interior i fix al tren; la trajectòria de la pilota és rectilínia, ja que el seu moviment és un moviment de llançament vertical.

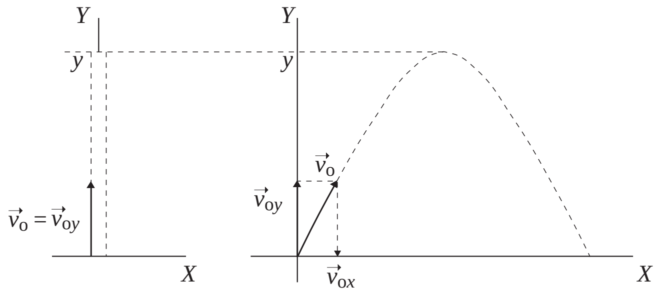
   b) **Una persona que està en repòs a l'andana de l'estació.**

   En aquest cas, el sistema de referència fix és l'andana de l'estació, i ara el moviment de la pilota és un moviment en el pla, és a dir, un moviment parabòlic, ja que durant el temps que ha durat el vol de la pilota, el tren i la pilota s'han desplaçat horitzontalment respecte de l'andana.

4. **Compareu el moviment sota l'acció de la gravetat en caiguda lliure amb el llançament parabòlic.**

   El moviment sota l'acció de la gravetat en caiguda lliure té lloc en la direcció de l'eix Y, i la seva equació del moviment és $y = y_0 + v_0 \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2$. El llançament parabòlic és un moviment amb acceleració constant, en el qual l'acceleració és la de la gravetat i la velocitat inicial forma un cert angle amb l'acceleració. L'equació del moviment és $x = x_0 + v_{0x} \Delta t$ i $y = y_0 + v_{0x} \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2$.

   Per tant, observem que el component y del llançament parabòlic té un comportament anàleg al moviment sota l'acció de la gravetat en caiguda lliure. Podem comparar els dos moviments a partir de la figura de la dreta.



   Suposem que llancem un cos verticalment cap amunt i, simultàniament, un altre cos amb certa velocitat que forma un cert angle amb l'eix X; si la velocitat inicial amb què llancem el primer cos és igual al component *y* de la velocitat inicial del segon cos, podem observar que els dos cossos arriben a la mateixa altura en el mateix instant de temps, i tornen a arribar a terra amb la mateixa velocitat inicial en el mateix moment.

5. Trobeu la velocitat d'un cos i el temps que triga a arribar a terra, si el llancem des del mateix lloc, en els dos casos següents i comenteu els resultats obtinguts en tots dos casos.

***a*) El llancem a una velocitat inicial horitzontal.**

Es tracta d'un llançament horitzontal. Si mirem la taula 3.2 del llibre, on hi ha les condicions inicials per aquest moviment, l'equació del moviment i i l'equació de la trajectòria, trobem:

Equació del moviment: $\left.\begin{aligned} x &= v_0 t \\ y &= y_0 + \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}\right\}$

Equació de la velocitat: $\left.\begin{aligned} v_x &= v_0 \\ v_y &= g t \end{aligned}\right\}$

Quan arriba a terra, $y = 0 \rightarrow y_0 = -\frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{-\frac{2 y_0}{g}}$

Substituint aquest valor en l'equació de la velocitat, trobem que: $\left.\begin{aligned} v_x &= v_0 \\ v_y &= g \sqrt{-\frac{2 y_0}{g}} \end{aligned}\right\}$

***b*) El deixem caure lliurement.**

Es tracta d'un moviment rectilini uniformament accelerat en l'eix vertical. L'equació del moviment i l'equació de la velocitat són: $\left.\begin{aligned} y &= y_0 + \frac{1}{2} g t^2 \\ v &= g t \end{aligned}\right\}$

Quan arriba a terra, $y = 0 \rightarrow y_0 = -\frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{-2 y_0}{g}}$

Substituint aquest valor en l'equació de la velocitat, trobem que: $v = g \sqrt{-\frac{2 y_0}{g}}$

D'aqui s'observa que el temps i el component *y* de la velocitat coincideixen en els dos casos.

6. Descriviu com varien la velocitat i l'acceleració si llancem una pedra des d'una certa altura:

A partir de la taula 3.2 podem comparar els dos moviments.

***a*) Horitzontalment.**

Llançament horitzontal.

L'acceleració és: $\left.\begin{aligned} a_x &= 0 \\ a_y &= g = -9{,}8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}\right\}$ La velocitat és: $\left.\begin{aligned} v_x &= v_0 \\ v_y &= g t \end{aligned}\right\}$

***b*) Cap amunt amb un cert angle amb l'horitzontal.**

Llançament oblic. L'acceleració val el mateix que en el llançament horitzontal, i la velocitat val:

$\left.\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \alpha \\ v_y &= v_0 \sin \alpha + g t \end{aligned}\right\}$

7. ***a*)** **Què vol dir que el moviment circular és un moviment en 2 dimensions? Expliqueu-ho amb un dibuix.**

En un moviment circular la trajectòria és una circumferència i cal donar dues coordenades per especificar la posició.

***b*)** **Poseu cinc exemples de moviments circulars.**

Roda que gira, pèndol cònic, cavallets de fira, moviment de la Lluna al voltant del Sol, agulles del rellotge.

8. **Tenim dos rellotges amb un diàmetre d'1 cm i 2 cm, respectivament. Trobeu la relació de les velocitats lineals de les tres agulles del rellotge. Raoneu si és la mateixa per a cadascuna de les tres agulles.**

	Rellotge 1	*Rellotge 2*
Diàmetre	$d_1 = 1$ cm	$d_2 = 2$ cm
Radi	$r_1 = \frac{d_1}{2} = 0{,}05$ m	$r_2 = \frac{d_2}{2} = 0{,}1$ m

Les agulles del rellotge giren a la mateixa velocitat angular. De la relació entre la velocitat lineal i l'angular tenim: $v = \omega \cdot r$, que per cada rellotge val:

$v_1 = \omega\, r_1 = \omega \cdot 0{,}05$

$v_2 = \omega\, r_2 = \omega \cdot 0{,}1$

Si relacionem les dues velocitats: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{0{,}05}{0{,}1} = 0{,}5\ ;\ 2\,v_1 = v_2$

La velocitat lineal del rellotge amb l'esfera més gran és el doble de la del rellotge amb l'esfera més petita.

9. **El diàmetre de les rodes del darrere d'un tractor és tres vegades més gran que el diàmetre de les rodes del davant. Quina relació hi ha entre les velocitats angulars de les dues rodes.**

Les quatre rodes del tractor s'han de moure amb la mateixa velocitat lineal. Per tant, s'ha de plantejar la seva relació amb la velocitat angular.

	Rodes darrere	*Rodes davant*
Diàmetre	$d_1 = 3\,d_2$	d_2
Radi	$r_1 = \frac{d_1}{2} = 3\,\frac{d_2}{2}$	$r_2 = \frac{d_2}{2}$

$v = \omega\, r$. Per cada roda val: $v = \omega_1\, r_1 = \omega_1 \cdot 3\,\frac{d_2}{2}$

$$v = \omega_2\, r_2 = \omega_2\,\frac{d_2}{2}$$

Igualant les velocitats: $\omega_1 \cdot 3\,\frac{d_2}{2} = \omega_2\,\frac{d_2}{2}$

Simplificant: $\omega_2 = 3\,\omega_1$

Quan les rodes de darrere han donat una volta, les de davant n'han donat tres.

Problemes

1. **Un automòbil que circula a 80 km/h avança una motocicleta que circula a 60 km/h. Calculeu la velocitat relativa de la motocicleta respecte de l'automòbil.**

El sistema S' és l'automòbil, per tant:

$$\left.\begin{array}{l} v_0 = 80 \text{ km/h} \\ v = 60 \text{ km/h} \end{array}\right\} \; v = v' + v_0 \quad \Rightarrow \quad v' = v - v_0 = 60 - 80 = -20 \text{ km/h}$$

en mòdul: $|v'| = 20 \text{ km/h}$

2. **Les escales mecàniques d'uns grans magatzems pugen i baixen els clients a una velocitat de 2,5 m/s. Per a una persona que camina a un ritme constant de 4 km/h sobre les escales, determineu la velocitat amb què la veiem caminar des de fora de les escales, en els casos següents:**

$$|v_0| = 2{,}5 \text{ m/s} \;,\; |v'| = 4\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3\,600 \text{ s}} = 1{,}11 \text{ m/s}$$

a) **La persona puja per les escales que van en sentit ascendent.**

$$\left.\begin{array}{l} v_0 = 2{,}5 \text{ m/s} \\ v' = 1{,}11 \text{ m/s} \end{array}\right\} \quad v = v' + v_0 = 1{,}11 + 2{,}5 = 3{,}61 \text{ m/s}$$

b) **La persona baixa per les escales que van en sentit ascendent.**

$$\left.\begin{array}{l} v_0 = 2{,}5 \text{ m/s} \\ v' = -1{,}11 \text{ m/s} \end{array}\right\} \quad v = v' + v_0 = -1{,}11 + 2{,}5 = 1{,}39 \text{ m/s}$$

c) **La persona puja per les escales que van en sentit descendent.**

$$\left.\begin{array}{l} v_0 = -2{,}5 \text{ m/s} \\ v' = 1{,}11 \text{ m/s} \end{array}\right\} \quad v = v' + v_0 = 1{,}11 - 2{,}5 = -1{,}39 \text{ m/s}$$

d) **La persona baixa per les escales que van en sentit descendent.**

$$\left.\begin{array}{l} v_0 = -2{,}5 \text{ m/s} \\ v' = -1{,}11 \text{ m/s} \end{array}\right\} \quad v = v' + v_0 = -1{,}11 - 2{,}5 = -3{,}61 \text{ m/s}$$

3. **Considereu una cinta transportadora en moviment d'una cadena de muntatge, i una joguina mecànica que es mou damunt la cinta. Amb quina velocitat es mou la cinta, si una persona veu moure's la joguina a una velocitat de 5 m/s, quan la joguina es mou en la mateixa direcció i el mateix sentit que la cinta, i a una velocitat de 2 m/s quan la veu moure's en la mateixa direcció, però en sentit contrari? Quina velocitat desenvolupa la joguina? I la cinta?**

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = 5 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad 5 = v' + v_0 \\ v_2 = -2 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad -2 = -v' + v_0 \end{array}\right\} \text{ Resolem el sistema per reducció:}$$

$$\left.\begin{array}{l} (5 = v' + v_0) \times 1 \\ (-2 = -v' + v_0) \times 1 \end{array}\right\} \quad 3 = 2\,v_0 \;\Rightarrow\; v_0 = \frac{3}{2} = 1{,}5 \text{ m/s}$$

$$\left.\begin{array}{l} (5 = v' + v_0) \times 1 \\ (-2 = -v' + v_0) \times (-1) \end{array}\right\} \quad 7 = 2\,v' \;\Rightarrow\; v' = \frac{7}{2} = 3{,}5 \text{ m/s}$$

4. **Un nedador pot desenvolupar una velocitat d'1,2 m/s nedant a ritme constant. Si neda en un riu en què el corrent d'aigua porta una velocitat d'1,6 m/s, calculeu la velocitat amb què el veu nedar una persona en repòs, en els casos següents:**

$|v'| = 1{,}2 \text{ m/s} \;,\; v_0 = 1{,}6 \text{ m/s}$

a) **Quan neda a favor del corrent del riu, paral·lelament a la seva riba.**

$v' = 1{,}2$ m/s $\Rightarrow$ $v = v' + v_0 = 1{,}2 + 1{,}6 = 2{,}8$ m/s

b) **Quan neda en contra del corrent del riu, paral·lelament a la seva riba.**

$v' = -1{,}2$ m/s $\Rightarrow$ $v = v' + v_0 = -1{,}2 + 1{,}6 = 0{,}4$ m/s

c) **Quan neda perpendicularment al corrent en un riu cap a la riba contrària.**

$|v'| \perp |v_0| \Rightarrow v = \sqrt{v'^2 + v_0^2} = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}6^2} = 2$ m/s

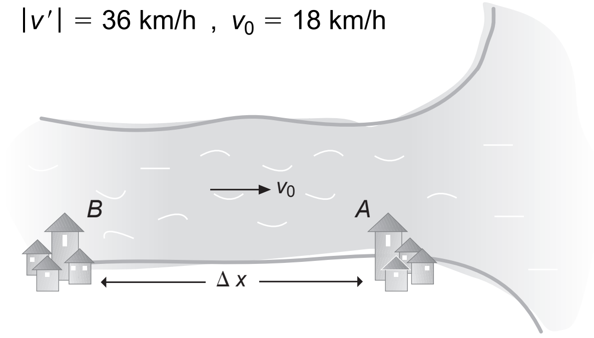
d) **Determineu el punt de la riba contrària al qual arriba el nedador en el cas *c*).**

Anomenen L l'amplada del riu, i tenim:

$$\left.\begin{array}{l} x = v_0\,\Delta t \rightarrow x = 1{,}6\,\Delta t \\ \qquad\qquad\quad y = L \end{array}\right\}$$

5. Un vaixell turístic que circula a 36 km/h fa un recorregut per un riu entre la població *A*, que es troba gairebé a la desembocadura del riu, i la població *B*, que es troba a 24 km de la població *A*. Si a l'estiu les aigües del riu van a una velocitat mitjana de 18 km/h, calculeu:

$|v'| = 36$ km/h , $v_0 = 18$ km/h



$\Delta x_{AB} = \overline{AB} = -24$ km

a) **El temps que triga per anar de la població *A* a la població *B*.**

$v' = -36$ km/h $\Rightarrow$ $v = v' + v_0 = -36 + 18 = -18$ km/h

$$v = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{-24}{-18} = 1{,}33\,\cancel{h} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1\,\cancel{h}} = 80 \text{ min}$$

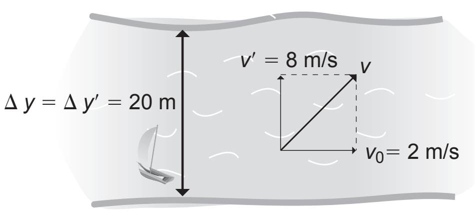
b) **El temps que triga per anar de la població *B* a la població *A*.**

$v' = 36$ km/h $\Rightarrow$ $v = v' + v_0 = 36 + 18 = 54$ km/h

$\Delta x_{BA} = \overline{BA} = -\overline{AB} = 24$ km

$$v = \frac{\Delta x_{BA}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x_{BA}}{v} = \frac{24}{54} = 0{,}44 \text{ h} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 26{,}67 \text{ min}$$

6. Una barca de pesca, que considerem puntual, vol travessar perpendicularment un riu de 20 m d'ample, i desenvolupa una velocitat de 8 m/s. Si la velocitat del corrent del riu és de 2 m/s, calculeu:



a) **El temps que la barca triga a arribar a l'altre marge del riu.**

$$\Delta y = \Delta y' = v'\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta y}{v'} = \frac{20}{8} = 2{,}5 \text{ s}$$

b) **El desplaçament en la direcció del riu de l'altre marge al qual arriba.**

$$\Delta x = v_0 \Delta t = 2 \cdot 2{,}5 = 5 \text{ m}$$

c) **L'espai recorregut i la velocitat de la barca.**

$$v = \sqrt{v'^2 + v_0^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{68} = 8{,}25 \text{ m/s}$$

$$\Delta r = v\Delta t = 8{,}25 \cdot 2{,}5 = 20{,}6 \text{ m/s}$$

d) **L'espai recorregut per la barca en el temps calculat en l'apartat *a*), si navegués en el sentit del corrent del riu.**

$$v' \parallel v_0 \Rightarrow v = v' + v_0 = 8 + 2 = 10 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = v\Delta t = 10 \cdot 2{,}5 = 25 \text{ m}$$

e) **L'espai recorregut per la barca en el temps calculat en l'apartat *a*), si navegués en sentit contrari al corrent del riu.**

$$v' \parallel v_0 \ , \ v' = -8 \text{ m/s} \Rightarrow v = v' + v_0 = -8 + 2 = -6 \text{ m/s}$$

$\Delta x = v\Delta t = -6 \cdot 2{,}5 = -15$ m, en mòdul, 15 m/s

7. **Un vaixell que desenvolupa una velocitat de 40 km/h s'utilitza per travessar un riu de 500 m d'amplada. La velocitat del riu és d'1,5 m/s i el vaixell (línia proa-popa) sempre es manté perpendicular als marges del riu.**

a) **Quina és la velocitat del vaixell respecte d'un observador situat als marges del riu?**

$$v' = 40 \text{ km/h} = 11{,}11 \text{ m/s} \quad , \quad v_0 = 1{,}5 \text{ m/s} \quad , \quad v' \parallel v_0$$

$$v = \sqrt{v'^2 + v_0^2} = \sqrt{11{,}11^2 + 1{,}5^2} = 11{,}21 \text{ m/s}$$

b) **A quin punt de l'altra riba arribarà?**

$$\Delta y = \Delta y' = 500 \text{ m} \quad ; \quad \Delta y = \Delta y' = v'\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta y}{v'} \Rightarrow \Delta t = \frac{500}{11{,}11} = 45 \text{ s} \rightarrow$$

$\rightarrow$ temps que tarda a arribar a l'altra riba.

$\Delta x = v_0 \Delta t = 1{,}5 \cdot 4{,}5 = 67{,}5$ m $\rightarrow$ coordenada *X* del punt de la riba contrària a on arriba el vaixell.

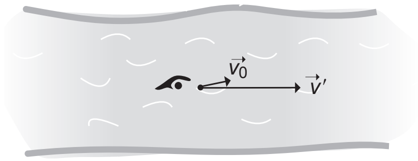
$\Delta y = 500$ m $\rightarrow$ coordenada *Y* del punt de la riba contrària a on arriba el vaixell.

c) **Quina és l'equació de la trajectòria del vaixell respecte d'un observador situat al marge del riu?**

$$y = \frac{v'}{v_0} x \Rightarrow y = \frac{11{,}11}{1{,}5} x \Rightarrow y = 7{,}4\, x$$

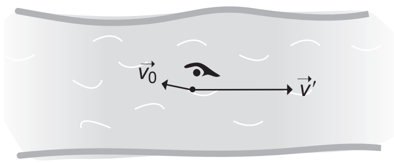
8. **Un noi sap que si neda a favor del corrent del riu és capaç de recórrer en el mateix temps el doble de la distància que nedant contra corrent. Si vol travessar perpendicularment un riu, en quina direcció ha de nedar?**

- Quan neda a favor del corrent:



$$v_1 = v' + v_0 \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{\Delta x_1}{v' + v_0} \quad [1]$$

- Quan neda contracorrent:



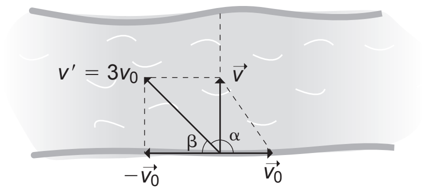
$$v_2 = v' - v_0 \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x_2}{v_2} = \frac{\Delta x_2}{v' - v_0} \quad [2]$$

Quan neda a favor del corrent recorre, en el mateix temps Δt, el doble de distància que quan neda contracorrent, $\Delta x_1 = 2\,\Delta x_2$ i per tant:

$$[1] = [2] \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{v' + v_0} = \frac{\Delta x_2}{v' - v_0} \Rightarrow \frac{2\,\cancel{\Delta x_2}}{v' + v_0} = \frac{\cancel{\Delta x_2}}{v' - v_0} \Rightarrow 2\,(v' - v_0) = v' + v_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\,v' - 2\,v_0 = v' + v_0 \Rightarrow 2\,v' - v' = v_0 + 2\,v_0 \Rightarrow v' = 3\,v_0$$

Representem la situació quan travessa el riu perpendicularment, i calculem l'angle:

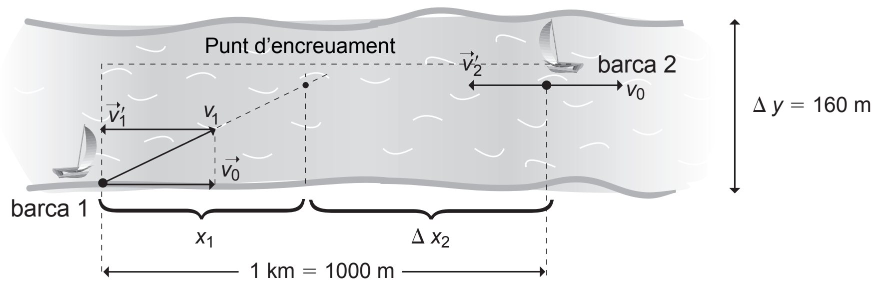


$$\cos\beta = \frac{v_0}{v'} = \frac{v_0}{3\,v_0} = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 70{,}53° \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 180 - \beta = 180 - 70{,}53° = 109{,}47°$$

9. **L'aigua d'un riu de 160 m d'amplada es mou a 10 m/s. Una barca surt d'un dels seus marges en direcció perpendicular al riu amb una velocitat de 4 m/s. Simultàniament, surt una altra barca navegant contra corrent seguint el centre del riu i des d'un punt situat a 1 km del primer aigües avall. Les dues barques es creuen en el punt mitjà del riu. Calculeu:**



***a*)** **El temps que triguen a creuar-se.**

Les barques es creuen quan la coordenada y de la 1a barca és: $\frac{\Delta y}{2} = \frac{160}{2} = 80$ m.

Per tant:

$$y_1 = v_1'\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{y_1}{v_1'} = \frac{80}{4} = 20 \text{ s}$$

***b*)** **La distància recorreguda per la segona barca fins que es creua amb la primera.**

Quan les barques es creuen, la coordenada x de la 1a barca és: $x_1 = v_0\,\Delta t = 10 \cdot 20 - 200$ m. Per tant, la distància Δx_2 que recorre la 2a barca és:

$$\Delta x_2 = 1\,000 - 200 = 800 \text{ m}$$

c) **La velocitat de la segona barca respecte de l'aigua.**

La 2a barca recorre un espai negatiu, ja que es mou cap a l'esquerra. Per tant, la velocitat v_2 amb que es mou respecte de la riba del riu és:

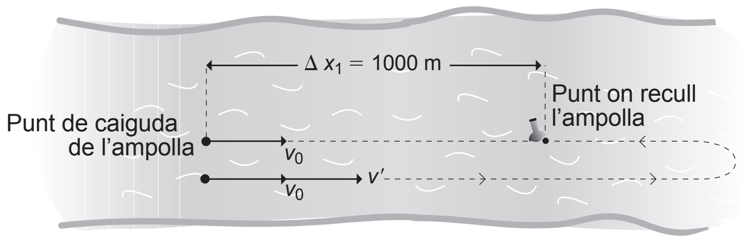
$$v_2 = \frac{-\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{-800}{20} = -40 \text{ m/s}$$

Per tant, la velocitat v_2' de la 2a barca respecte de l'aigua és:

$$v_2 = v_2' + v_0 \Rightarrow v_2' = v_2 - v_0 = -40 - 10 = -50 \text{ m/s}$$

En módul, aquesta velocitat és de 50 m/s.

10. **Un home navega per un riu i porta una ampolla d'aigua situada sobre la popa del vaixell. Quan el vaixell passa per sota un pont, una ona reflectida en els pilars del pont xoca contra l'embarcació i l'ampolla cau a l'aigua. L'home navega amb el vaixell durant 20 min sense adonar-se que l'ampolla no hi és. Quan se n'adona, gira el vaixell i, amb la mateixa velocitat que portava, va a buscar l'ampolla i la recull 1 000 m més avall del pont. Calculeu la velocitat del riu. Negligiu el temps que triga el vaixell per fer la maniobra de gir.**



$\Delta x_1 = v_0\, \Delta t_T$

on v_0 és la velocitat de l'aigua del riu.

Aquest problema es resol d'una manera molt senzilla si ho mirem des del punt de vista del sistema de referència S', és a dir, del sistema de referència definit per l'aigua del riu. Imaginem el que percep un observador solidari amb el sistema S'; per aquest observador, l'aigua del riu està quieta, i són els marges del riu, el pont, els arbres, etc., els que es mouen amb velocitat $-v_0$. Per tant, quan aquest hipotètic observador veu caure l'ampolla, observa com aquesta resta en repòs en el sistema S' (aigua del riu); també observa com el vaixell se n'allunya amb velocitat v' durant 20 minuts, passats els quals el vaixell gira i s'apropa ara amb velocitat $-v'$ cap al punt on havia caigut l'ampolla. Com que aquesta velocitat és la mateixa, en mòdul, que la velocitat v', i l'ampolla ha restat immòbil en el sistema S', el vaixell ha de trigar el mateix temps (20 minuts) a arribar al punt on cau l'ampolla.

Així doncs:

$$\Delta t_T = t_1 + t_2 = 20 + 20 = 40 \text{ minuts} = 2\,400 \text{ s}$$

$$\Delta x_1 = v_0\, \Delta t_T \Rightarrow v_0 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_T} = \frac{1\,000}{2\,400} = 0{,}42 \text{ m/s} = 1{,}5 \text{ km/h}$$

Evidentment, aquest exercici també es pot resoldre mirant-ho des del punt de vista del sistema S' (marges del riu), però cal plantejar un sistema d'equacions la resolució del qual és bastant farragosa.

11. **Trobeu l'equació de la trajectòria d'un mòbil la posició del qual, en unitats del SI, és:**

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{x} &= \boldsymbol{3t - 1} \\ \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{4t + 2} \end{aligned}\right\}$$

$$x = 3t - 1 \rightarrow t = \frac{x + 1}{3}$$

$$y = 4\left(\frac{x+1}{3}\right) + 2 \rightarrow y = \frac{4x + 4}{3} + 2 \rightarrow y = \frac{4x + 4 + 6}{3} \rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{10}{3}$$

12. **Trobeu l'equació de la trajectòria d'un mòbil la posició del qual, en unitats del SI, és:**

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{x = 3\,t + 2} \\ \boldsymbol{y = 3\,t + 9\,t^2} \end{aligned}\right\}$$

$$x = 3t + 2 \;\rightarrow\; t = \frac{x - 2}{3}$$

$$y = 3\left(\frac{x-2}{3}\right) + 9\left(\frac{x-2}{3}\right)^2 \;\rightarrow\; y = x - 2 + (x-2)^2 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; y = x - 2 + x^2 + 4 - 4x \;\rightarrow\; y = x^2 - 3x + 2$$

13. **Llancem un cos obliquament cap amunt amb una velocitat de 20 m/s que forma un angle de 30° respecte de l'horitzontal. A quina distància del punt de partida cau si el terreny és horitzontal? Quina és la posició 0,5 s després d'haver-lo llançat? Quina altura màxima assoleix?**

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x}\,\Delta t \\ y &= y_0 + v_{0y}\,\Delta t + \frac{1}{2}\,g\,\Delta t^2 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} v_x &= v_{0x} \\ v_y &= v_{0y} + g\,\Delta t \end{aligned}\right\}$$

$$v_{0x} = 20\cos 30° = 17{,}32 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = 20\sin 30° = 10 \text{ m/s}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= 17{,}32\,t \\ y &= 10\,t - 4{,}9\,t^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\text{Si } y = 0 \;\rightarrow\; 10\,t - 4{,}9\,t^2 = 0 \;\rightarrow\; t\,(10 - 4{,}9\,t) = 0 \;\rightarrow\; t = \frac{10}{4{,}9} = 2{,}04 \text{ s}$$

$$x = 17{,}32 \cdot 2{,}04 = 35{,}35 \text{ m}$$

Posició al cap de 0,5 s: $x = 17{,}32 \cdot 0{,}5 = 8{,}66$ m

$y = 10 \cdot 0{,}5 - 4{,}9 \cdot 0{,}5^2 = 3{,}78$ m

Alçada màxima: $\left.\begin{aligned} v_x &= 17{,}32 \\ v_y &= 10 - 9{,}8\,t \end{aligned}\right\}$

$$v_y = 0 \;\rightarrow\; 10 - 9{,}8\,t = 0 \;\rightarrow\; t = \frac{10}{9{,}8} = 1{,}02 \text{ s}$$

$$y = 10 \cdot 1{,}02 - 4{,}9 \cdot 1{,}02^2 = 5{,}10 \text{ m}$$

14. **Des d'un edifici de 10 m d'altura llancem obliquament una pedra cap amunt amb una velocitat inicial de 10 m/s i amb un angle de 30° respecte de l'horitzontal. A quina distància del punt de partida cau si el terreny és horitzontal? Amb quina velocitat arriba a terra i quina altura màxima assoleix?**

$$\left.\begin{aligned} v_0 &= 10 \text{ m/s} \\ a &= 30° \\ y_0 &= 10 \text{ m} \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x &= v_0\,x\,t \\ y &= y_0 + v_{0y}\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} v_x &= v_{0x} \\ v_y &= v_{0y} + g\,t \end{aligned}\right\}$$

$$v_{0x} = 10 \cdot \cos 30° = 8{,}66 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = 10 \cdot \sin 30° = 5 \text{ m/s}$$

$$a = -9{,}8 \text{ m/s}^2$$

$$\left.\begin{aligned} x &= 8{,}66\,t \\ y &= 10 + 5\,t - 4{,}9\,t^2 \end{aligned}\right\}$$

Distància a què arriba a terra:

$$y = 0 \rightarrow 4{,}9\,t^2 - 5\,t - 10 = 0 \rightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 10}}{2 \cdot 4{,}9} \rightarrow t = 2{,}02 \text{ s}$$

$$x = 8{,}66 \cdot 2{,}02 = 17{,}56 \text{ m}$$

Velocitat amb què arriba a terra:

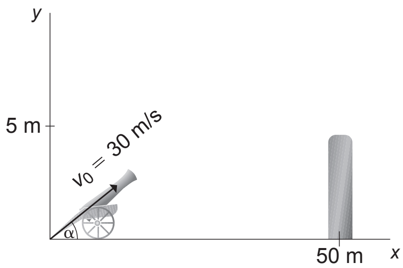
$$\left.\begin{array}{l} v_x = 8{,}66 \\ v_y = 5 - 9{,}8\,t \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} v_x = 8{,}66 \\ v_y = 5 - 9{,}8 \cdot 2{,}02 = -14{,}8 \text{ m/s} \end{array}$$

Altura màxima:

$$v_y = 0 \rightarrow 5 - 9{,}8\,t = 0 \rightarrow t = \frac{5}{9{,}8} = 0{,}51 \text{ s}$$

$$y = 10 + 5 \cdot 0{,}51 - 4{,}9 \cdot 0{,}51^2 = 11{,}2 \text{ m}$$

15. Un canó llança un projectil des de terra, obliquament cap amunt amb un angle α tal que $\sin\alpha = 0{,}6$ i $\cos\alpha = 0{,}8$ i una velocitat de 30 m/s. A 50 m de distància hi ha una tanca de 5 m d'altura.



$$\left.\begin{array}{l} x = v_{0x}\,t \\ y = y_0 + v_{0y}\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} + g\,t \end{array}\right\}$$

$$g = -9{,}8 \text{ m/s}^2$$

$$\sin\alpha = 0{,}6$$

$$\cos\alpha = 0{,}8$$

$$\left.\begin{array}{l} v_{0x} = 30 \cdot 0{,}8 = 24 \text{ m/s} \\ v_{0y} = 30 \cdot 0{,}6 = 18 \text{ m/s} \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} x = 24\,t \\ y = 18\,t - 4{,}9\,t^2 \end{array}\right\}$$

a) **El projectil passa la tanca?**

$$\text{Si } x = 50 \text{ m} \rightarrow 50 = 24 \cdot t \rightarrow t = \frac{50}{24} = 2{,}08 \text{ s}$$

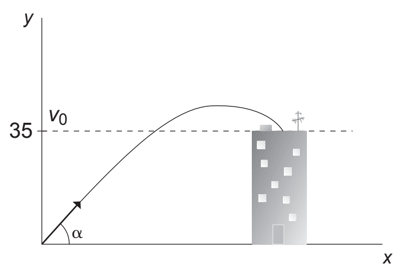
$$y = 18 \cdot 2{,}08 - 4{,}9 \cdot 2{,}08^2 = 16{,}24 \text{ m}$$

Sí que passa la tanca, ja que 16,24 m $>$ 5 m.

b) **Calculeu la velocitat quan passa per damunt de la tanca.**

$$\left.\begin{array}{l} v_x = 24 \text{ m/s} \\ v_y = 18 - 4{,}9\,t \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} v_x = 24 \text{ m/s} \\ v_y = 18 - 9{,}8 \cdot 2{,}08 = -2{,}42 \text{ m/s} \end{array}\right\}$$

16. Llancem un objecte des de terra amb una velocitat inicial v_{0x} = 20 m/s i v_{0y} = 40 m/s. Quan baixa, cau al terrat d'una casa de 35 m d'alçària. Calculeu el temps de volada de l'objecte, la distància a la qual es troba la casa i l'altura màxima a la qual ha arribat l'objecte.



$$\left.\begin{array}{l} x = v_{0x}\,t \\ y = y_0 + v_{0y}\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} + g\,t \end{array}\right\}$$

$$a_y = g = -9{,}8 \text{ m/s}^2$$

$$\left.\begin{aligned} v_{0x} &= 20\ \text{m/s} \\ v_{0y} &= 40\ \text{m/s} \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x &= 20\,t \\ y &= 40\,t - 4{,}9\,t^2 \end{aligned}\right\}$$

Temps:

Quan $y = 35$ m $\rightarrow$ $35 = 40\,t - 4{,}9\,t^2$ $\rightarrow$ $4{,}9\,t^2 - 40\,t + 35 = 0$

$$t = \frac{40 \pm \sqrt{40^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 35}}{2 \cdot 4{,}9} = \frac{40 \pm 30{,}23}{9{,}8} = \begin{cases} 1\ \text{s} \\ 7{,}17\ \text{s} \end{cases}$$

La resposta válida és $t = 7{,}17$ s.

Distància a què es troba la casa:

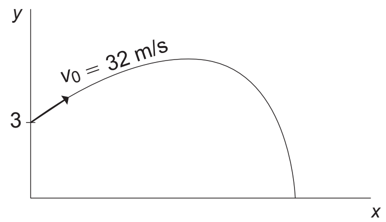
$x = 20 \cdot 7{,}17 = 143{,}33$ m

Alçada màxima:

$$v_y = 0 \rightarrow 0 = 40 - 9{,}8\,t \rightarrow t = \frac{40}{9{,}8} = 4{,}08\ \text{s}$$

$y = 40 \cdot 4{,}08 - 4{,}9 \cdot 4{,}08^2 = 163{,}2 - 81{,}57 = 81{,}63$ m

17. **Una noia tira un objecte des d'una altura de 3 m. Si el component de la velocitat v_{0x} és de 20 m/s i el mòdul de la velocitat és $v_0 = 32$ m/s:**



$v_{0x} = 20$ m/s

$a = g = -9{,}8\ \text{m/s}^2$

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}{}^2 + v_{0y}{}^2} \rightarrow v_{0y} = \sqrt{v_0{}^2 - v_0{x}^2} = \sqrt{32^2 - 20^2} = \sqrt{624} = 24{,}98\ \text{m/s}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= v_{0x}\,t \\ y &= y_0 + v_{0y}\,g\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} v_x &= v_{0x} \\ v_y &= v_{0y} + g\,t \end{aligned}\right\}$$

a) **Escriviu l'equació del moviment de l'objecte.**

$$\left.\begin{aligned} x &= 20\,t \\ y &= 3 + 24{,}98\,t - 4{,}9\,t^2 \end{aligned}\right\}$$

b) **L'objecte entrarà en un forat que és a 100 m mesurats horitzontalment?**

$x = 20 \cdot 5{,}21 = 104{,}3$ m

No entrarà al forat.

c) **Calculeu el moment en què l'objecte arriba a terra i on ho fa.**

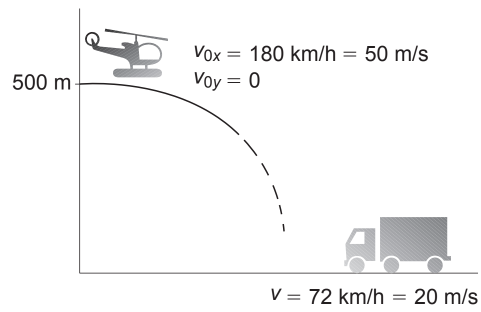
Si $y = 0$ $\rightarrow$ $0 = 3 + 24{,}98\,t - 4{,}9\,t^2$ $\rightarrow$ $4{,}9\,t^2 - 24{,}98\,t - 3 = 0$

$$t = \frac{24{,}98 \pm \sqrt{24{,}98^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 3}}{2 \cdot 4{,}9} = \frac{24{,}98 \pm 26{,}13}{9{,}8}$$

$t = 5{,}21$ s

18. **Un helicòpter vola a 180 km/h a una altura de 500 m i veu venir un camió en sentit contrari. Calculeu a quina distància del camió ha de deixar anar un paquet per fer-lo caure dins la caixa del camió si aquest es mou amb una velocitat constant de 72 km/h.**

Helicòpter



$$\left.\begin{array}{l} x = v_{0x}\,t \\ y = y_0 + v_{0y}\,t + \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x = 50\,t \\ y = 500 - 4{,}9\,t^2 \end{array}\right\}$$

Si $y = 0 \rightarrow 0 = 500 - 4{,}9\,t^2 \rightarrow t = \sqrt{\dfrac{500}{4{,}9}} = 10{,}1$ s

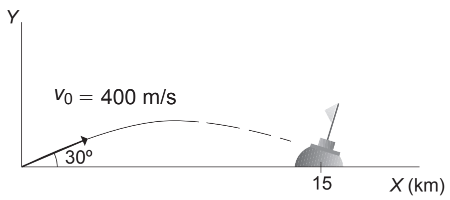
$x = 50 \cdot 10{,}1 = 505$ m

Camió

$x = x_0 + v\,\Delta t$

$$\left.\begin{array}{l} x = 505 \text{ m} \\ v = -20 \text{ m/s} \\ t = 10{,}1 \text{ s} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x_0 = x - v\,\Delta t \\ x_0 = 505 - (-20) \cdot 10{,}1 = 707 \text{ m} \end{array}$$

19. **Una boia està situada a 15 km d'un vaixell. Si disparen un objecte des del vaixell a 400 m/s amb un angle de 30°, arribarà a la boia? A quina alçada màxima arriba l'objecte?**



$x = v_{0x}\,t$

$y = y_0 + v_{0y}\,t + \dfrac{1}{2}\,g\,t^2$

$v_{0x} = 400 \cdot \cos 30 = 346{,}4$ m/s

$v_{0y} = 400 \cdot \sin 30 = 200$ m/s

$a = g = -9{,}8$ m/s^2

$$\left.\begin{array}{l} x = 346{,}4\,t \\ y = 200\,t - 4{,}9\,t^2 \end{array}\right\}$$

Si $y = 0 \rightarrow 0 = 200\,t - 4{,}9\,t^2 \rightarrow t\,(200 - 4{,}9\,t) = 0 \rightarrow t = \dfrac{200}{4{,}9} = 40{,}82$ s

$x = 346{,}4 \cdot 40{,}82 = 14\,140$ m

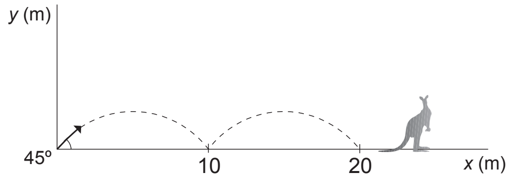
No arribarà a la boia, ja que aquesta es troba a 15 km.

$$\left.\begin{array}{l} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} + g\,t \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} v_x = 346{,}4 \text{ m/s} \\ v_y = 200 - 9{,}8\,t \end{array}\right\}$$

Si $v_y = 0 \rightarrow 0 = 200 - 9{,}8\,t \rightarrow t = \dfrac{200}{9{,}8} = 20{,}41$ s

$x = 200 \cdot 20{,}41 - 4{,}9 \cdot 20{,}41^2 = 2\,040{,}82$ m

20. **Un cangur, quan salta, avança 10 m en cada salt. Si ho fa amb una velocitat inicial v_0 i un angle de 45° respecte de l'horitzontal, calculeu:**



***a*) i *b*)** **La velocitat inicial. El temps que triga entre salt i salt.**

$$\left.\begin{aligned} x &= v_{0x}\,t \\ y &= y_0 + v_{0y}\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} v_x &= v_{0x} \\ v_y &= v_{0y} + g\,t \end{aligned}\right\} \qquad a = g = -9{,}8 \text{ m/s}^2$$

$$\left.\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \cos 45° = 0{,}707\,v_0 \\ v_{0y} &= v_0 \sin 45° = 0{,}707\,v_0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= 0{,}707\,v_0\,t \\ y &= 0{,}707\,v_0\,t - 4{,}9\,t^2 \end{aligned}\right\}$$

Quan $x = 10$ m $\rightarrow$ $y = 0$

$$\left.\begin{aligned} 10 &= 0{,}707\,v_0\,t \\ 0 &= 0{,}707\,v_0\,t - 4{,}9\,t^2 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{array}{r} 10 = 0{,}707\,v_0\,t \\ +\quad 0 = -0{,}707\,v_0\,t + 4{,}9\,t^2 \\ \hline 10 = 4{,}9\,t^2 \end{array}$$

$$t = \sqrt{\frac{10}{4{,}9}} = 1{,}43 \text{ s}$$

$$v_0 = \frac{10}{0{,}707\,t} = \frac{10}{0{,}707 \cdot 1{,}43} = 9{,}90 \text{ m/s}$$

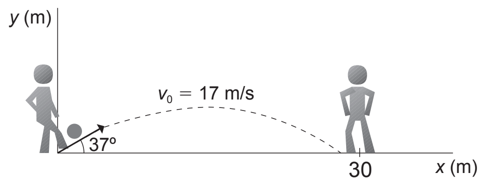
21. **Disparem un projectil amb una velocitat de 150 m/s amb un angle de 60°. Determineu-ne l'altura i l'abast màxim.**

Altura màxima: $y_{màx} = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2\,g}$ Abast màxim: $x_{màx} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\,\alpha}{g}$

$$y_{màx} = \frac{150^2 \cdot \sin^2 60°}{2 \cdot 9{,}8} = 860{,}97 \text{ m} \qquad x_{màx} = \frac{150^2 \cdot \sin 2 \cdot 60°}{9{,}8} = 1\,988{,}32 \text{ m}$$

22. **Un futbolista xuta una pilota amb un angle de 37° amb l'horitzontal i una velocitat inicial de 17 m/s. Un segon futbolista situat a 30 m del primer comença a córrer cap a la pilota amb acceleració constant en el mateix moment en què el primer xuta. Quina velocitat porta el segon jugador quan arriba a la pilota abans que aquesta toqui el terra?**

$$\left.\begin{aligned} x &= v_{0x}\,t \\ y &= y_0 + v_{0y}\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2 \end{aligned}\right\}$$



$$\left.\begin{aligned} v_{0x} &= 17 \cos 37° = 13{,}58 \text{ m/s} \\ v_{0y} &= 17 \sin 37° = 10{,}23 \text{ m/s} \end{aligned}\right\}$$

$a = g = -9{,}8$ m/s^2

$$\left.\begin{aligned} x &= 13{,}58\,t \\ y &= 10{,}23\,t - 4{,}9\,t^2 \end{aligned}\right\}$$

Si $y = 0 \rightarrow 0 = 10{,}23\,t - 4{,}9\,t^2 \rightarrow t\,(10{,}23 - 4{,}9\,t) = 0 \rightarrow t = \dfrac{10{,}23}{4{,}9} = 2{,}09$ s

$x = 13{,}58 \cdot 2{,}09 = 28{,}35$ m

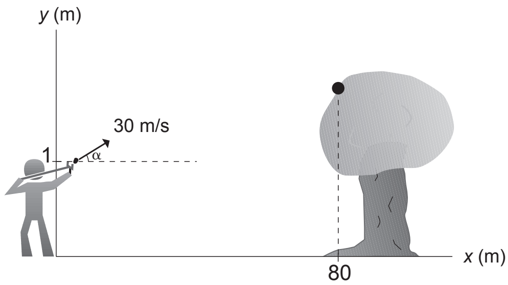
El jugador situat a 30 m es mou amb MRUA.

$$\left.\begin{array}{l} x = x_0 + v_0\,t + \dfrac{1}{2}\,a\,t^2 \\ v = v_0 + a\,t \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} v_0 = 0 \\ x_0 = 30\text{ m} \\ x = 28{,}35\text{ m} \\ t = 2{,}09\text{ s} \end{array}\right\}$$

$$28{,}35 = 30 + \frac{1}{2}a \cdot 2{,}09^2 \rightarrow a = \frac{(28{,}35 - 30)\cdot 2}{2{,}09^2} = -0{,}75\text{m/s}^2$$

$$v = -0{,}75 \cdot 2{,}09 = -1{,}58\text{ m/s}$$

23. **Una noia vol menjar-se una poma situada a la part més alta d'un arbre. Per poder-ho fer, llança una pedra amb el tirador amb una velocitat inicial de 30 m/s, la qual forma un angle α amb l'horitzontal tal que $\sin\alpha = 0{,}8$ i $\cos\alpha = 0{,}6$. Si l'arbre està a 80 m de la noia i la noia llança la pedra a 1 m del terra:**



$v_0 = 30$ m/s

$\sin\alpha = 0{,}8$

$\cos\alpha = 0{,}6$

$$\left.\begin{array}{l} x = v_{0x}\,t \\ y = y_0 + v_{0y}\,t + \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 \end{array}\right\}$$

$$v_{0x} = 30\cos\alpha = 30 \cdot 0{,}6 = 18\text{ m/s}$$
$$v_{0y} = 30\sin\alpha = 30 \cdot 0{,}8 = 24\text{ m/s}$$

$$g = -9{,}8\text{ m/s}^2$$

Per tant, $\left.\begin{array}{l} x = 18\,t \\ y = 1 + 24\,t - 4{,}9\,t^2 \end{array}\right\}$

a) **Calculeu l'alçària de l'arbre.**

Si $x = 80$ m $\rightarrow 80 = 18\,t \rightarrow t = \dfrac{80}{18} = 4{,}44$ s

$$y = 1 + 24 \cdot 4{,}44 - 4{,}9 \cdot 4{,}44^2 = 10{,}88\text{ m}$$

b) **Calculeu la velocitat de la pedra quan toca la poma.**

$$\left.\begin{array}{l} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - g\,t \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} v_x = 18 \\ v_y = 24 - 9{,}8\,t \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} v_x = 18\text{ m/s} \\ v_y = 24 - 9{,}8 \cdot 4{,}44 = -19{,}56\text{ m/s} \end{array}\right\}$$

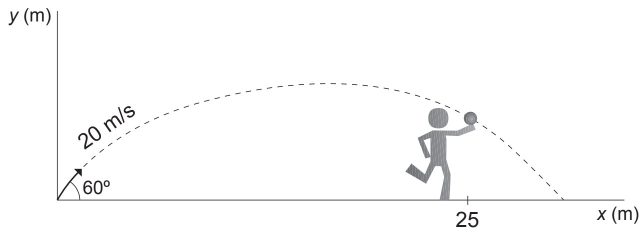
En mòdul: $v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2} = \sqrt{18^2 + (-19{,}56)^2} = 26{,}58$ m/s

Direcció: $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{-19{,}56}{18} = -1{,}09 \rightarrow \alpha = 312{,}62°$

c) **Indiqueu si la pedra pujava o baixava en el moment de la col·lisió.**

La pedra baixava.

24. **El porter de handbol d'un equip inicia un contraatac llançant una pilota amb una velocitat de 20 m/s i una inclinació de 60° sobre un company que es troba 25 m més endavant. Si aquest jugador corre amb una velocitat constant i agafa la pilota a la mateixa altura a la qual ha estat llançada, amb quina velocitat corre aquest jugador?**



$$\left.\begin{array}{l} x = v_{0x}\,t \\ y = y_0 + v_{0y}\,t + \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_{0x} = 20\cos 60° = 10 \text{ m/s} \\ v_{0y} = 20\sin 60° = 17{,}32 \text{ m/s} \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} x = 10\,t \\ y = 17{,}32\,t - 4{,}9\,t^2 \end{array}\right\}$$

$g = -9{,}8$ m/s^2

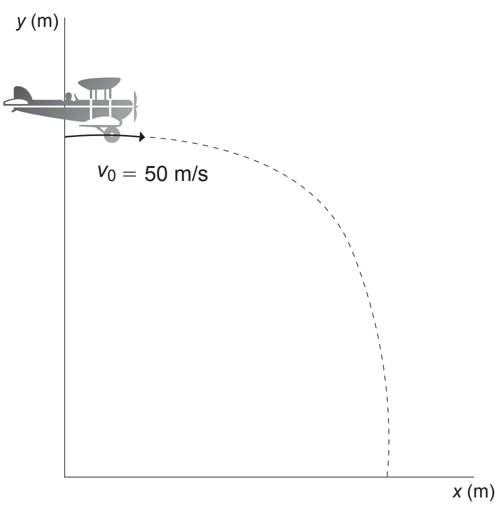
Si $y = 0 \rightarrow 0 = 17{,}32\,t - 4{,}9\,t^2 \rightarrow t\,(17{,}32 - 4{,}9\,t) = 0 \rightarrow t = \dfrac{17{,}32}{4{,}9} = 3{,}53$ s

$x = 10 \cdot 3{,}53 = 35{,}3$ m. Deduïm que es mou en sentit positiu, ja que $35{,}3 \text{ m} > 25$ m.

L'altre jugador:

$$x = x_0 + v\Delta t \rightarrow v = \frac{x - x_0}{t} = \frac{35{,}3 - 25}{3{,}53} = 2{,}93 \text{ m/s}$$

25. **Una avioneta passa volant a 50 m/s i deixa anar un paquet que triga 30 s a arribar a terra. Calculeu l'altura a la qual vola l'avioneta i la distància entre el punt sobre el qual ha deixat anar el paquet i el punt on cau.**



Llançament horitzontal:

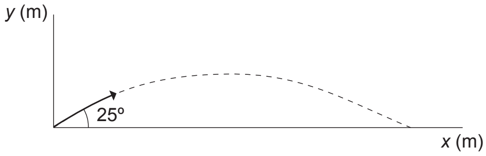
$$\left.\begin{array}{l} x = v_0\,t \\ y = y_0 - \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{l} g = -9{,}8 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 50 \text{ m/s} \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 50\,t \\ y = y_0 - 4{,}9\,t^2 \end{array}\right\}$$

Si $t = 30$ s i $y = 0 \rightarrow 0 = y_0 - 4{,}9 \cdot 30^2 \rightarrow y_0 = 4{,}9 \cdot 30^2 = 4\,410$ m

$$x = 50 \cdot 30 = 1\,500 \text{ m}$$

26. **Una saltadora de longitud arriba a una velocitat de 10 m/s en l'instant en què inicia el salt. Si la inclinació amb què el fa és de 25° respecte de l'horitzontal, i si negligim els efectes del vent i el fregament, determineu:**



$$\left.\begin{array}{l} x = v_{0x}\,t \\ y = y_0 + v_{0y}\,t + \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_{0x} = 10\cos 25° = 9{,}06 \text{ m/s} \\ v_{0y} = 10\sin 25° = 4{,}23 \text{ m/s} \\ g = -9{,}8 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 9{,}06\,t \\ y = 4{,}23\,t - 4{,}9\,t^2 \end{array}\right\}$$

a) **El temps total que és a l'aire.**

Si $y = 0 \rightarrow 0 = 4{,}23\,t - 4{,}9\,t^2 \rightarrow 0 = t\,(4{,}23 - 4{,}9\,t) \rightarrow t = \dfrac{4{,}23}{4{,}9} = 0{,}86$ s

b) **L'altura màxima a la qual arriba mentre és a l'aire.**

$$\left.\begin{array}{l} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} + g\,t \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} v_x = 9{,}06 \\ v_y = 4{,}23 - 9{,}8\,t \end{array}\right\}$$

Si $v_y = 0 \rightarrow 4{,}23 - 9{,}8\,t = 0 \rightarrow t = \dfrac{4{,}23}{9{,}8} = 0{,}43$ s

$y = 4{,}23 \cdot 0{,}43 - 4{,}9 \cdot 0{,}43^2 = 0{,}91$ m

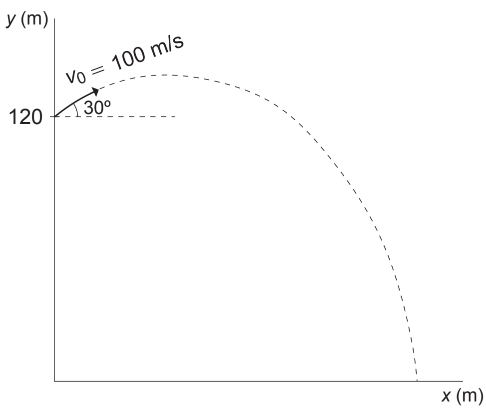
c) **La longitud mínima que ha de tenir el clot de sorra si comença el salt a 27 cm d'aquest clot.**

$x = 9{,}06 \cdot 0{,}86 = 7{,}82$ m

La longitud mínima que ha de tenir el clot de sorra és:

$7{,}82 - 0{,}27 = 7{,}55$ m

27. **Es llança un cos de 5 kg des d'un penya-segat que està a una altura de 120 m sobre l'aigua. La velocitat inicial del cos té un mòdul de 100 m/s i forma un angle de 30° amb l'horitzontal. Si la fricció amb l'aire és negligible, calculeu:**



$$\left.\begin{array}{l} x = v_{0x}\,t \\ y = y_0 + v_{0y}\,t + \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 \end{array}\right\}$$

$v_{0x} = 100\cos 30° = 86{,}60$ m/s

$v_{0y} = 100\sin 30° = 50$ m/s

$g = -9{,}8$ m/s^2

$$\left.\begin{array}{l} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - g\,t \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 86{,}60\,t \\ y = 120 + 50\,t - 4{,}9\,t^2 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} v_x = 86{,}60 \\ v_y = 50 - 9{,}8\,t \end{array}\right\}$$

a) **El component horitzontal de la velocitat en el moment de l'impacte amb l'aigua.**

$v_x = 86{,}60$ m/s

b) **El temps que triga el cos a arribar a una altura de 80 m sobre l'aigua.**

Quan $y = 80$ m $\rightarrow 80 = 120 + 50\,t - 4{,}9\,t^2 \rightarrow 4{,}9\,t^2 - 50\,t - 120 - 80 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow 4{,}9\,t^2 - 50\,t - 40 = 0 \rightarrow t = \frac{50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 40}}{2 \cdot 4{,}9} = \frac{50 \pm \sqrt{3\,284}}{9{,}8} = 10{,}95 \text{ s}$$

28. **Trobeu la velocitat angular de les tres agulles que donen voltes en un rellotge.**

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T}$$

Secundària: $\omega = \dfrac{2\,\pi}{60} = 0{,}105$ rad/s

Minutera: $\omega = \dfrac{2\,\pi}{3\,600} = 1{,}74 \cdot 10^{-3}$ rad/s

Horària: $\omega = \dfrac{2\,\pi}{12 \cdot 3\,600} = 1{,}45 \cdot 10^{-4}$ rad/s

29. **Un disc que gira a 33 rpm té un radi de 15 cm. Calculeu:**

a) **La velocitat angular i lineal.**

$$33 \text{ rpm} = 33\,\frac{\cancel{\text{voltes}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\,\pi \text{ rad}}{1\,\cancel{\text{volta}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 3{,}46 \text{ rad/s}$$

$v = \omega \cdot r = 3{,}46 \cdot 0{,}15 = 0{,}52$ m/s

b) **El període i la freqüència.**

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega} = \frac{2\,\pi}{3{,}46} = 1{,}82 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}82} = 0{,}55 \text{ Hz}$$

c) **Si una cançó dura 5 min, quantes voltes dóna en el tocadiscos? Doneu el resultat en rad.**

$\varphi = \omega\,t = 3{,}46 \cdot 5 \cdot 60 = 1\,036{,}72$ rad

30. **Calculeu la velocitat angular dels punts de la roda d'un cotxe que circula a una velocitat constant de 100 km/h si el diàmetre de la roda fa 80 cm. Quantes voltes fa quan el cotxe ha recorregut 1 km?**

100 km/h = 27,78 m/s

$r = 40$ cm

$s = 1\,000$ m

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{27{,}78}{0{,}4} = 69{,}44 \text{ rad/s}$$

$$\varphi = \frac{s}{r} = \frac{1\,000}{0{,}4} = 2\,500\,\cancel{\text{rad}} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\,\pi\,\cancel{\text{rad}}} = 397{,}89 \text{ voltes}$$