

Dinàmica

Qüestions

1. Expliqueu les sensacions que sentim en les situacions següents i relacioneu-les amb el principi d'inèrcia.

- a) **Ens trobem dins d'un vehicle en repòs que arrenca sobtadament.**

Sentim com una força que ens empeny cap enrere, és a dir, en sentit contrari al moviment del vehicle; en realitat no existeix aquesta força, sinó que és una conseqüència de la nostra tendència a estar en repòs, d'acord amb el principi d'inèrcia.

- b) **Ens trobem dins d'un ascensor en repòs que es posa en marxa sobtadament i comença a pujar.**

Sentim com un augment del nostre pes, ja que augmenta la força que efectuem amb els nostres peus sobre el terra de l'ascensor; aquest augment de pes no és real, sinó que és una conseqüència del principi d'inèrcia: tenim tendència a romandre en repòs, mentre que l'ascensor accelera en sentit contrari al nostre pes.

- c) **Ens trobem dins d'un ascensor en repòs que es posa en marxa sobtadament i comença a baixar.**

Sentim com una disminució del nostre pes; com en el cas anterior, també és una conseqüència del principi d'inèrcia, però ara l'ascensor s'accelera en el mateix sentit que el nostre pes.

- d) **Ens trobem dins d'un ascensor en repòs que es mou amb velocitat constant.**

No sentim cap força fictícia, ja que ens movem amb la mateixa velocitat constant que l'ascensor.

2. Indiqueu quatre situacions de la vida quotidiana on es posi en evidència el principi d'inèrcia i expliqueu com es verifica.

- Quan anem en un automòbil en moviment hem de portar el cinturó de seguretat posat, ja que, en cas d'impacte i d'acord amb el principi d'inèrcia, tindrem tendència a continuar amb la velocitat que portàvem: el cinturó ho impedeix i ens frena juntament amb l'automòbil.
- Suposem que un camió està carregat amb caixes apilades; si deixem la porta de darrere oberta, i el camió arrenca sobtadament, pot caure la seva càrrega cap enfora si no es lliga convenientment, d'acord amb el principi d'inèrcia: el camió es posa en marxa, però les caixes tenen tendència a continuar en repòs i a romandre al lloc on es trobaven inicialment.
- Quan estem a l'interior d'un vehicle i fem un revolt, sentim com una força que ens impulsa cap enfora de l'automòbil; de nou, és una conseqüència del principi d'inèrcia: tenim tendència a continuar amb MRU, mentre que l'automòbil segueix un moviment circular.
- Quan estem a l'interior d'un ascensor sentim augments o disminucions aparents del nostre pes quan l'ascensor es posa en marxa o quan frena. El primer cas ja l'hem comentat a la qüestió anterior. Quan l'ascensor frena, com que nosaltres tenim tendència a continuar amb la velocitat que portàvem juntament amb l'ascensor, sentirem com un augment de pes quan l'ascensor freni tot baixant, mentre que sentirem com una disminució de pes quan l'ascensor freni tot pujant, d'acord amb el principi d'inèrcia.

3. **Per què un ciclista ha de pedalejar encara que vagi per una carretera plana? Contradiu això el principi d'inèrcia? Justifiqueu la resposta.**

Com que hi ha fregament entre les rodes i el terra, la bicicleta es va frenant; per contrarestar aquesta disminució de velocitat el ciclista ha de pedalejar constantment, tot fent una força en

sentit contrari al fregament. Per tant, no es contradiu el principi d'inèrcia, i el ciclista es mou amb moviment rectilini uniforme si la força que efectua és igual en mòdul a la força de fregament.

4. És possible que un cos sobre el qual s'aplica una única força estigui en equilibri? Justifiqueu la resposta.

Si sobre un cos actua una única força, adquireix una acceleració d'acord amb la segona llei de Newton; per tant, és impossible que sobre un cos actuï una única força i estigui en equilibri.

5. Quan un cavall tira d'un carro, la força que efectua és exactament igual, en mòdul, però en sentit contrari, a la que efectua el carro sobre el cavall. Com és que pot haver-hi moviment, si són forces oposades? Raoneu la resposta.

Penseu que aquestes forces, encara que siguin iguals, estan aplicades sobre cossos diferents, i, considerant totes les forces que actuen sobre cada cos, és possible el moviment tal i com estableix la 2a llei de Newton.

6. Indiqueu tres exemples de la vida quotidiana que posin en evidència el principi d'acció-reacció i expliqueu com es verifica.

Quan disparem amb un fusell sentim una força que empeny el fusell cap enrere; en aquest cas, aquest fenomen és una conseqüència del principi d'acció-reacció: el fusell efectua una força sobre la bala que impulsa aquesta cap endavant; en contrapartida, la bala efectua la mateixa força sobre el fusell, però en sentit contrari.

Quan volem saltar fem una força sobre el terra verticalment cap a baix; d'acord amb el principi d'acció-reacció, el terra fa la mateixa força sobre nosaltres, però en sentit contrari, i així ens impulsa verticalment cap a dalt.

Quan estem a dintre d'una piscina, ens podem impulsar tot efectuant una força sobre una paret vertical de la piscina: la paret ens impulsa en sentit contrari.

7. Indiqueu:

a) Tres situacions en què és necessari que hi hagi fregament. Expliqueu-les.

És necessari que hi hagi fregament quan caminem, ja que s'ha d'impedir que el peu es mogui respecte al terra quan s'hi recolza.

Per la mateixa raó, cal un fregament alt entre les rodes d'un automòbil i el terra, de manera que no es mogui el punt de contacte entre una roda determinada i el terra.

També cal un fregament alt quan interessa que dues peces en contacte no es moguin una respecte de l'altra; per exemple, la corretja de transmissió d'un cotxe es fabrica amb un material que presenta un alt coeficient de fregament, ja que s'ha de moure solidàriament amb una certa roda que gira.

b) Tres situacions en què és desitjable que hi hagi un fregament petit o nul. Expliqueu-les.

Per contra, cal un fregament molt petit quan interessa no dificultar el moviment relatiu de dues peces en contacte, com per exemple l'èmbol i el cilindre d'un motor d'explosió; així, en algunes ocasions, i per facilitar el moviment relatiu entre dos cossos que estan en contacte, podem disminuir el fregament apreciablement tot lubricant les superfícies dels cossos que han d'estar en contacte, com en els cossos d'aquest exemple.

Altra situació en què cal un fregament baix es dona quan volem moure amb facilitat un cos situat sobre una superfície; així, alguns vaixells es mouen sobre la superfície de l'aigua amb un coixí d'aire que fa disminuir bastant el fregament.

També, quan estem esquiant i volem agafar velocitat, és de desitjar un fregament petit, i per això utilitzem els esquís: el fregament entre aquests i la neu és relativament petit (a no ser que fem «cunya»: en aquest cas, augmenta bastant el fregament i aconseguim frenar).

8. **Suposeu que deixem caure una bola per un pla inclinat, que no presenta fregament; si a continuació hi ha un altre pla inclinat que tampoc presenta fregament, quina distància puja sobre aquest segon pla? Si disminuïm la inclinació del segon pla, quina distància puja la bola? Si el segon pla és horitzontal, quina distància recorre la bola? Raoneu les respostes.**

Sigui quina sigui la inclinació del segon pla, la bola sempre recorrerà la distància necessària per assolir la mateixa altura des que l'hem deixat anar; per tant, si el segon pla és horitzontal, la bola no pararà mai i es mourà amb MRU, ja que mai arribarà a assolir la mateixa altura. Aquest raonament va ser utilitzat per Galileu per demostrar el principi d'inèrcia.

9. **Si apliquem, una mateixa força \vec{F} a dos cossos, quina és la relació entre les seves masses si un experimenta una acceleració triple a la de l'altre.**

Aplicant la 2a llei de Newton als dos cossos, i tenint en compte que la força aplicada és la mateixa:

$$F = m_1 a \text{ (primer cos)}$$

$$F = m_2 (3 a) \text{ (segon cos)}$$

$$\text{Dividint ambdues equacions: } F/F = m_1 a / m_2 (3 a) \rightarrow 1 = m_1 / 3 m_2 \rightarrow m_1 = 3 m_2.$$

10. **Com variarà la força que indica una balança situada dins d'un ascensor amb una persona al damunt, quan:**

En qualsevol cas, si F és la força que indica la balança (pes aparent), tenim que:

$$F - p = m a \rightarrow F = m a + m g \rightarrow F = m (g + a). \text{ Per tant:}$$

- a) **L'ascensor puja frenant.**

La balança indicarà un pes aparent més petit, ja que $a < 0$.

- b) **L'ascensor puja accelerant.**

La balança indicarà un pes aparent més gran, ja que $a > 0$.

- c) **L'ascensor baixa frenant.**

Com en el segon cas, la balança indicarà un pes aparent més gran, ja que $a > 0$.

- d) **L'ascensor baixa accelerant.**

Com en el primer cas, la balança indicarà un pes aparent més petit, ja que $a < 0$.

- e) **L'ascensor puja a velocitat constant.**

La balança indicarà el pes real de la persona, ja que $a = 0$.

- f) **L'ascensor baixa a velocitat constant.**

La balança indicarà el pes real de la persona, ja que $a = 0$.

11. **Poseu exemples de forces que:**

- a) **Actuen a distància.**

La força gravitatòria entre dues masses; la força elèctrica entre dues càrregues; la força magnètica entre dos imants; etc.

- b) **Actuen per contacte.**

La força de fregament entre dos cossos en contacte; la força de tracció que efectua un cavall quan tira d'un carro; etc.

12. Supposeu que premem un cos contra una paret, o contra qualsevol altra superfície vertical, amb una força F . Justifica les respostes.

a) Quina és la força normal que actua sobre el cos?

Tenint en compte la 3a llei de Newton, la força normal \vec{N} coincideix amb la força \vec{F} que efectuem nosaltres sobre el cos: $N = F$; per demostrar-ho, es pot fer servir el mateix raonament que vam fer servir quan vam definir la força normal sobre un cos que descansa sobre una superfície horitzontal, amb la diferència que ara la força normal és horitzontal.

b) Quina és la força normal si deixem anar el cos?

Si deixem anar el cos, com que aquest cau lliurement per acció del pes, la força normal ha de ser nul·la: $\vec{N} = 0$.

13. Per què un cargol agafat a la paret pot suportar forces relativament grans, com, per exemple, el pes de cossos que s'hi poden penjar? Raoneu la resposta.

Quan el cargol està agafat a la paret, la força de fregament entre aquests dos cossos és molt gran, i, per això, pot contrarestar l'efecte d'altres forces que es poden efectuar sobre el cargol, com, per exemple, el pes d'un objecte que penja del cargol.

14. Poseu tres exemples de cossos en els quals es verifiqui la llei de Hooke i expliqueu com es verifica.

La llei de Hooke es verifica en el cas d'una molla, tal com es va comentar en l'apartat corresponent d'aquesta unitat.

Un altre cas en què es verifica la llei de Hooke el tenim quan estirem una goma: en aquest cas, si apliquem una força sobre la goma, aquesta s'estira proporcionalment a la força aplicada, d'acord amb la llei de Hooke. La goma també té una determinada constant elàstica.

Finalment, també es verifica la llei de Hooke en el cas d'un pèndol de torsió, construït amb un fil metàl·lic i un cos que en penja; en aquest cas, si girem el cos que penja un cert angle petit per acció d'un parell de forces de valor F , es pot comprovar que l'angle girat és directament proporcional a la força aplicada: $F = k\alpha$.



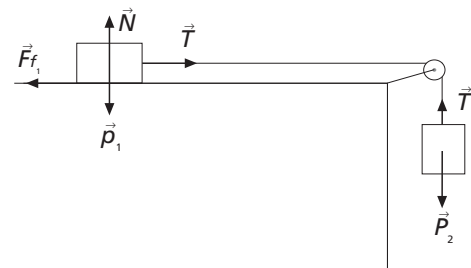
15. En la situació de la figura següent (fig. 4.46), quina relació han de tenir les masses m_1 i m_2 perquè aquestes no es moguin, si el coeficient de fregament estàtic entre la primera massa i el pla horitzontal és μ_e ?

Les forces que actuen sobre els cossos estan representades a la figura de la dreta.

Aplicant la 2a llei de Newton a cada cos, i tenint en compte que els cossos no es mouen, ($a = 0$), tenim:

$$\left. \begin{aligned} T - F_{F1} &= 0 \\ T - p_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{F1} = p_2 \rightarrow \mu m_1 g = m_2 g \rightarrow m_2 = \mu m_1$$

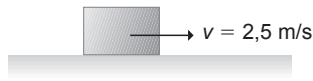


Problemes

1. Calculeu la força resultant que s'efectua sobre un cos de 34 kg de massa, que està sobre una superfície horitzontal que no presenta fregament, en les situacions següents, i efectueu un diagrama representatiu:

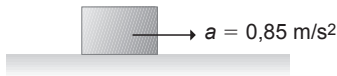
$$m = 34 \text{ kg}$$

- a) El cos es mou cap a la dreta, amb velocitat constant de 2,5 m/s.



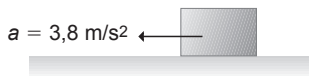
$$a = 0 \rightarrow |\Sigma F| = ma = 0$$

- b) El cos es mou cap a la dreta amb acceleració constant de 0,85 m/s².



$$|\Sigma F| = ma = 34 \cdot 0,85 = 28,9 \text{ N}$$

- c) El cos es mou cap a l'esquerra amb acceleració constant de 4,8 m/s².



$$|\Sigma F| = ma = 34 \cdot 3,8 = 163,2 \text{ N}$$

2. Volem moure una caixa de 25 kg que està inicialment en repòs damunt d'una superfície horitzontal. Si apliquem una força de 100 N paral·lela a la superfície, quin temps tarda a adquirir una velocitat de 72 km/h, suposant que no hi ha fregament entre la caixa i el pla?

$$\left. \begin{array}{l} m = 25 \text{ kg} \\ v_0 = 0 \\ F = 100 \text{ N} \\ v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{100}{25} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + a \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{v}{a} = \frac{20}{4} = 5 \text{ s}$$

3. Quina força hem de fer sobre un cos de 105 kg de massa que està damunt d'una superfície horitzontal, si volem que faci un recorregut de 25 m en 12 s? Supposeu que no hi ha fregament entre la caixa i el pla horitzontal i que el cos està inicialment en repòs.

$$\left. \begin{array}{l} m = 105 \text{ kg} \\ \Delta x = 25 \text{ m} \\ \Delta t = 12 \text{ s} \\ v_0 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow 25 = \frac{1}{2} a \cdot 12^2 \rightarrow a = \frac{2 \cdot 25}{12^2} = 0,35 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 105 \cdot 0,35 = 36,75 \text{ N}$$

4. Aplicant la 2a i la 3a llei de Newton, calculeu l'acceleració que adquireix la Terra en la seva interacció gravitatòria amb els objectes següents que estan a prop de la seva superfície. La massa de la Terra és de $5,98 \cdot 10^{24}$ kg.

$$M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

- a) Un bacteri de 2 pg de massa.

$$m = 2 \text{ pg} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ g} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$$

$$\Sigma F = ma \rightarrow p = M_T a_T \rightarrow a_T = \frac{mg}{M_T} \rightarrow a_T = \frac{2 \cdot 10^{-15} \cdot 9,8}{5,98 \cdot 10^{24}} = 3,28 \cdot 10^{-39} \text{ m/s}^2$$

- b) Una persona de 75 kg que cau amb paracaigudes.

$$m = 75 \text{ kg} \rightarrow a_T = \frac{75 \cdot 9,8}{5,98 \cdot 10^{24}} = 1,23 \cdot 10^{-22} \text{ m/s}^2$$

- c) Un avió de 2000 t que vola a una certa altura.

$$m = 2000 \text{ t} = 2 \cdot 10^6 \text{ kg} \rightarrow a_T = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 9,8}{5,98 \cdot 10^{24}} = 3,28 \cdot 10^{-18} \text{ m/s}^2$$

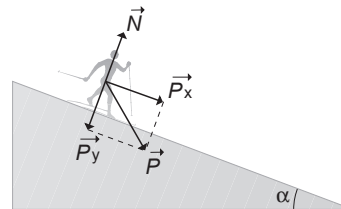
- d) Quina conclusió en podem treure?

La conclusió que n'extreiem és que, en tots els casos, l'acceleració que adquireix la Terra és pràcticament nul·la, i, per tant, el moviment de la Terra no es veu afectat.

5. Un esquiador té una massa de 72 kg. Amb quina acceleració baixa per una pista que té una inclinació de 12° , suposant que no hi ha fregament entre els esquís i la neu? Quant tarda a baixar per la pista, si aquesta té una longitud total de 136 m, i si ell està inicialment en repòs? Amb quina velocitat arriba a la base de la pista?

$$\left. \begin{array}{l} m = 72 \text{ kg} \\ \alpha = 12^\circ \\ \Delta x = 136 \text{ m} \\ v_0 = 0 \end{array} \right\}$$

Diagrama de forces:



Apliquem la 2a llei de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{p}_x + \vec{p}_y + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\vec{p}_y = -\vec{N} \Rightarrow \vec{p}_x = m\vec{a} \rightarrow mg \sin \alpha = ma \rightarrow a = g \sin \alpha = 9,8 \cdot \sin 12^\circ = 2,0 \text{ m/s}^2$$

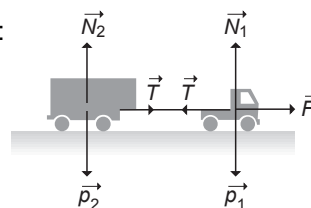
$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2 \Delta x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 136}{2,0}} = 11,55 \text{ s}$$

$$v = v_0 + a \Delta t = 2,0 \cdot 11,55 = 23,56 \text{ m/s}$$

6. Un camió té una massa de 8 t i arrossega un remolc de 5,5 t. Si el conjunt està inicialment en repòs, quina força mitjana ha de fer el camió per tal que adquireixi una velocitat de 31 km/h en un recorregut de 104 m? Quina és la tensió a què està sotmès l'enganxall entre el camió i el remolc?

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 8 \text{ t} = 8 \cdot 10^3 \text{ kg} \\ m_2 = 5,5 \text{ t} = 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg} \\ v_0 = 0 \\ v = 31 \text{ km/h} = 8,61 \text{ m/s} \\ \Delta x = 104 \text{ m} \end{array} \right\}$$

Diagrama de forces:



$$\begin{array}{l} \vec{p}_1 = -\vec{N}_1 \\ \vec{p}_2 = -\vec{N}_2 \end{array}$$

Apliquem la 2a llei de Newton a cada massa:

$$\left. \begin{array}{l} F - T = m_1 a \\ T = m_2 a \end{array} \right\} \rightarrow F = (m_1 + m_2) a$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 a \Delta x \rightarrow a = \frac{v^2}{2 \Delta x} = \frac{8,61^2}{2 \cdot 104} = 0,356 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow F = (8 \cdot 10^3 + 5,5 \cdot 10^3) \cdot 0,356 = 4812,7 \text{ N}$$

$$T = m_2 a = 5,5 \cdot 10^3 \cdot 0,356 = 1960,7 \text{ N}$$

7. Una grua que té una massa de 665 kg remolca un automòbil que està espatllat amb una força de 245 N. Calculeu la massa de l'automòbil, tenint en compte que la grua mou el conjunt amb una acceleració constant de 0,3 m/s². Calculeu també la tensió de l'enganxall entre la grua i l'automòbil.

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 665 \text{ kg} \\ F = 245 \text{ N} \\ a = 0,3 \text{ m/s}^2 \end{array} \right\}$$

El diagrama de forces i l'aplicació de la 2a llei de Newton són iguals que en el problema anterior. Per tant,

$$F = (m_1 + m_2) a \rightarrow 245 = (665 + m_2) \cdot 0,3 \rightarrow m_2 = \frac{245}{0,3} - 665 \rightarrow m_2 = 152 \text{ kg}$$

$$T = m_2 a = 152 \cdot 0,3 = 45,5 \text{ N}$$

8. Amb l'ajut d'una corda apliquem una força sobre un cos de massa 7,5 kg, tal com indica la figura 4.47.

$$m = 7,5 \text{ kg}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow F - p = m a \rightarrow F = m a + m g = m(a + g)$$

- a) Quina força hem de fer perquè pugui a velocitat constant?

$$v = \text{constant} \rightarrow a = 0 \rightarrow F = m(0 + g) = m g = 7,5 \cdot 9,8 = 73,5 \text{ N}$$

- b) Quina força hem de fer perquè pugui amb acceleració constant de 2,9 m/s²?

$$a = 2,9 \text{ m/s}^2 \rightarrow F = m(a + g) = 7,5 \cdot (2,9 + 9,8) = 95,2 \text{ N}$$

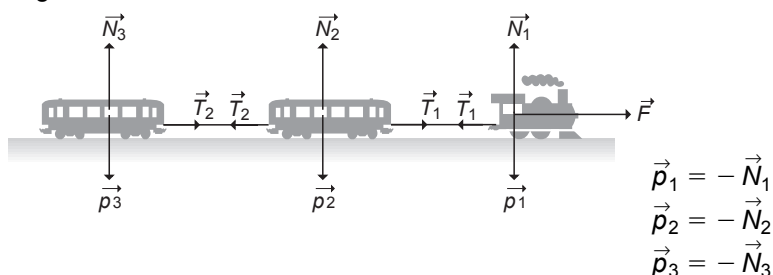
- c) Quina força hem de fer perquè baixi amb acceleració constant de 5,6 m/s²?

$$a = -5,6 \text{ m/s}^2 \rightarrow F = 7,5 \cdot (-5,6 + 9,8) = 31,5 \text{ N}$$

9. Una màquina de tren té una massa de 35 t i arrossega dos vagons, un de 23 t de massa i l'altre de 18 t. Si la força que fa la màquina per tal de moure el conjunt és de $5,5 \cdot 10^4$ N, amb quina acceleració es mouen la màquina i els vagons? Quines són les tensions dels enganxalls? Suposeu que no hi ha fregament.

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 35 \text{ t} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ m_2 = 23 \text{ t} = 2,3 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ m_3 = 18 \text{ t} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ F = 5,5 \cdot 10^4 \text{ N} \end{array} \right\}$$

Diagrama de forces:



2a llei de Newton:

$$\left. \begin{aligned} F - T_1 &= m_1 a \\ T_1 - T_2 &= m_2 a \\ T_2 &= m_3 a \end{aligned} \right\} F = (m_1 + m_2 + m_3) a \rightarrow$$

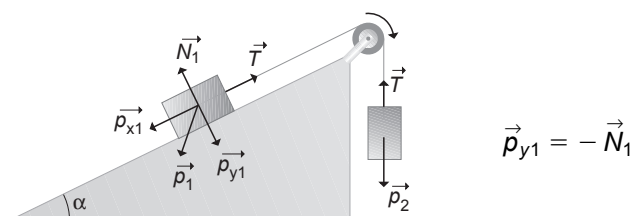
$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{5,5 \cdot 10^4}{3,5 \cdot 10^4 + 2,3 \cdot 10^4 + 1,8 \cdot 10^4} = 0,72 \text{ m/s}^2$$

$$T_2 = m_3 a = 1,8 \cdot 10^4 \cdot 0,72 = 1,3 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$T_1 = m_2 a + T_2 = 2,3 \cdot 10^4 \cdot 0,72 + 1,3 \cdot 10^4 = 3,0 \cdot 10^4 \text{ N}$$

10. En la situació de la figura 4.48, se suposa que la corda i la politja tenen masses negligibles i que no hi ha fregaments.

Diagrama de forces:



2a llei de Newton:

$$\left. \begin{aligned} T - p_{x1} &= m_1 a \\ p_2 - T &= m_2 a \end{aligned} \right\} \rightarrow p_2 - p_{x1} = (m_1 + m_2) a \rightarrow m_2 g - m_1 g \sin \alpha = (m_1 + m_2) a$$

- a) Quin ha de ser l'angle d'inclinació del pla, si $m_1 = 29 \text{ kg}$, $m_2 = 17 \text{ kg}$, i el conjunt es mou amb velocitat constant?

$$\left. \begin{aligned} v &= \text{constant} \Rightarrow a = 0 \\ m_1 &= 29 \text{ kg} \\ m_2 &= 17 \text{ kg} \end{aligned} \right\} 17 \cdot 9,8 - 29 \cdot 9,8 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 36^\circ$$

- b) Si l'angle val 30° , quina ha de ser la relació entre les masses perquè el conjunt es mogui amb velocitat constant?

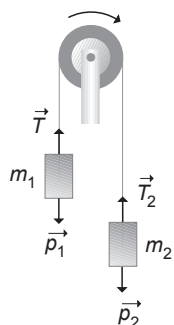
$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 30^\circ \\ v &= \text{constant} \Rightarrow a = 0 \end{aligned} \right\} m_2 g - m_1 g \sin 30^\circ = 0 \rightarrow m_1 g \frac{1}{2} = m_2 g \rightarrow m_1 = 2 m_2$$

11. Resoleu la màquina d'Atwood, tot calculant l'acceleració de les masses i la tensió de la corda, en les situacions següents:

- a) $m_1 = 58 \text{ g}$, $m_2 = 94 \text{ g}$

$$m_1 = 58 \text{ g} = 0,058 \text{ kg}$$

$$m_2 = 94 \text{ g} = 0,094 \text{ kg}$$



Com que $m_1 < m_2$, el sentit del moviment és el que s'indica a la figura següent:

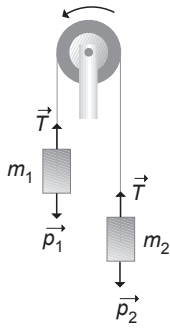
$$\left. \begin{aligned} T - p_1 &= m_1 a \\ p_2 - T &= m_2 a \end{aligned} \right\} p_2 - p_1 = (m_1 + m_2) a \rightarrow$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{94 - 58}{94 + 58} \cdot 9,8 = 2,3 \text{ m/s}^2$$

$$T = m_1 a + p_1 = m_1 a + m_1 g = m_1 (a + g) \rightarrow$$

$$T = 0,058 \cdot (2,3 + 9,8) = 0,7 \text{ N}$$

b) $m_1 = 2m_2$



Com que $m_1 > m_2$, el sentit del moviment és el que s'indica a la figura següent:

$$\left. \begin{aligned} p_1 - T &= m_1 a \\ T - p_2 &= m_2 a \end{aligned} \right\} p_1 - p_2 = (m_1 + m_2) a \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{2m_2 - m_2}{2m_2 + m_2} g = \frac{m_2}{3m_2} g \rightarrow$$

$$a = \frac{g}{3} = \frac{9,8}{3} = 3,3 \text{ m/s}^2$$

$$p_1 - T = m_1 a \rightarrow T = p_1 - m_1 a = m_1 g - m_1 a = m_1 (g - a) \rightarrow$$

$$T = m_1 (9,8 - 3,3) = 6,6 m_1$$

c) $m_2 = 3m_1$

Com que $m_1 < m_2$, la situació és similar a la de l'apartat a).

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{3m_1 - m_1}{m_1 + 3m_1} g = \frac{2m_1}{4m_1} g = \frac{g}{2} = \frac{9,8}{2} = 4,9 \text{ m/s}^2$$

$$T - p_1 = m_1 a \rightarrow T = m_1 a + p_1 = m_1 (a + g) = m_1 (4,9 + 9,8) = 14,7 m_1$$

12. Del sostre d'un ascensor pengem una bola d'1,55 kg de massa amb ajut d'una corda. Calculeu la tensió de la corda en les situacions següents:

$$m = 1,55 \text{ kg}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow T - p = ma \rightarrow T = ma + p \rightarrow T = m(a + g)$$

- a) L'ascensor baixa amb una acceleració constant de 2 m/s^2 .

$$a = -2 \text{ m/s}^2 \rightarrow T = 1,55 \cdot (-2 + 9,8) = 12,09 \text{ N}$$

- b) L'ascensor puja a velocitat constant de 5 m/s .

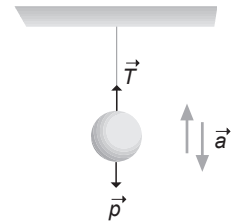
$$v = 5 \text{ m/s} \rightarrow a = 0 \rightarrow T = m(0 + g) = mg = 1,55 \cdot 9,8 = 15,19 \text{ N}$$

- c) L'ascensor puja amb acceleració constant de $0,9 \text{ m/s}^2$.

$$a = 0,9 \text{ m/s}^2 \rightarrow T = 1,55 \cdot (0,9 + 9,8) = 16,58 \text{ N}$$

- d) Es trenquen els cables de l'ascensor.

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow T = 1,55 \cdot (-9,8 + 9,8) = 0 \text{ N}$$



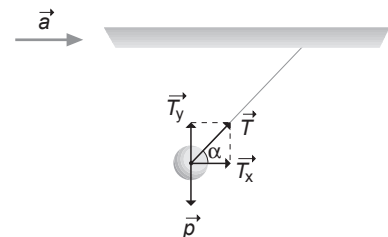
13. Un pèndol es construeix amb una corda de massa negligible i amb una bola de massa 525 g . El pèndol penja del sostre d'un vagó de tren, que porta un moviment rectilini uniformement accelerat, tal com indica la figura 4.49.

- a) A què és degut que el pèndol estigui inclinat respecte a la vertical?

El pèndol està inclinat perquè la força neta que actua sobre ell no és nul·la, i, per tant, hi actua una acceleració que fa que el pèndol s'inclini.

- b) Suposant que l'acceleració del vagó és constant i val $3,2 \text{ m/s}^2$, calculeu l'angle que forma la corda amb la vertical.

$$a = 3,2 \text{ m/s}^2$$



Com que l'acceleració només actua en l'eix horitzontal (no hi ha acceleració vertical), la força neta en l'eix vertical és nul·la, mentre que la força neta en l'eix horitzontal és el producte de la massa per l'acceleració.

$$\left. \begin{array}{l} X: \Sigma F_x = ma \rightarrow T_x = ma \rightarrow T \sin \alpha = ma \\ Y: \Sigma F_y = 0 \rightarrow T_y - p = 0 \rightarrow T \cos \alpha = mg \end{array} \right\}$$

Dividim aquestes dues últimes equacions:

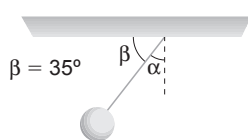
$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{ma}{mg} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} = \frac{3,2}{9,8} = 0,326 \rightarrow \alpha = 18^\circ$$

c) Calculeu la tensió de la corda.

$$T \sin \alpha = ma \rightarrow T = \frac{ma}{\sin \alpha} = \frac{0,525 \cdot 3,2}{\sin 18} = 5,4 \text{ N}$$

14. Un pèndol penja del sostre d'un automòbil. Calculeu l'acceleració constant que ha de portar l'automòbil, per tal que l'angle que formi la corda amb l'horitzontal sigui de 35° .

El plantejament és similar al del problema anterior, amb la diferència que l'angle que es dona ara com a dada és el que forma el pèndol amb l'horitzontal:

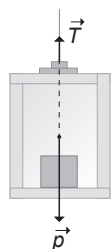


$$\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \alpha = 90^\circ - \beta \rightarrow \alpha = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

Per tant,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} \rightarrow a = g \operatorname{tg} \alpha = 9,8 \cdot \operatorname{tg} 55^\circ = 14 \text{ m/s}^2$$

15. El cable d'un muntacàrregues pot suportar una tensió màxima de $2,0 \cdot 10^4 \text{ N}$, de manera que, si se sobrepassa aquest valor, es pot trencar el cable. Amb quina acceleració màxima pot pujar el muntacàrregues, si la seva massa és de 1250 kg i porta a dintre seu una càrrega de 340 kg ?



$$\Sigma F = ma \rightarrow T - p = ma$$

$$T = 2,0 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 1250 \text{ kg} \\ m_2 = 340 \text{ kg} \end{array} \right\} m = m_1 + m_2 = 1250 + 340 = 1590 \text{ kg}$$

$$\rightarrow a = \frac{T - mg}{m} = \frac{2 \cdot 10^4 - 1590 \cdot 9,8}{1590} = 2,8 \text{ m/s}^2$$

16. Quina càrrega màxima pot haver-hi a dintre d'un muntacàrregues de 2300 kg de massa, si l'acceleració amb què puja és de $0,2 \text{ m/s}^2$ i la tensió màxima que pot suportar el cable és de 30000 N ?

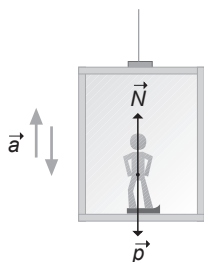
$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 2300 \text{ kg} \\ a = 0,2 \text{ m/s}^2 \\ T = 3 \cdot 10^4 \text{ N} \end{array} \right\}$$

El plantejament és similar al del problema anterior. Per tant,

$$T - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \rightarrow$$

$$3 \cdot 10^4 - (2300 + m_2) \cdot 9,8 = (2300 + m_2) \cdot 0,2 \rightarrow m_2 = 0,7 \text{ kg}$$

17. Una persona està a dintre d'un ascensor al damunt d'una bàscula calibrada en N.



La força que indica la balança és la força normal, N . Si apliquem la 2a llei de Newton, tenim:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow \vec{N} + \vec{p} = m \vec{a} \rightarrow$$

$$N - p = m a \rightarrow N = m g + m a \rightarrow N = m (g + a)$$

- a) Si l'ascensor puja amb acceleració de $3,1 \text{ m/s}^2$ i la bàscula assenjala 774 N , quina és la massa de la persona?**

$$\left. \begin{array}{l} a = 3,1 \text{ m/s}^2 \\ N = 774 \text{ N} \end{array} \right\} N = m (g + a) \rightarrow 774 = m (9,8 + 3,1) \rightarrow m = \frac{774}{12,9} = 60 \text{ kg}$$

- b) En quina situació la bàscula indica 522 N ?**

$$N = 522 \text{ N} \rightarrow 522 = 60 (9,8 + a) \rightarrow a = \frac{522}{60} - 9,8 = -1,1 \text{ m/s}^2$$

És a dir, l'ascensor baixa amb una acceleració de $-1,1 \text{ m/s}^2$.

- c) En quina situació la bàscula indica exactament el pes de la persona?**

$$N = p = m g = 60 \cdot 9,8 = 588 \text{ N}$$

$$588 = 60 (9,8 + a) \rightarrow a = 0$$

L'ascensor puja o baixa a velocitat constant.

- d) En quina situació indica 0 ?**

$$N = 0 \rightarrow g + a = 0 \rightarrow a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

L'ascensor cau lliurement.

18. La longitud d'una molla és de 20 cm quan l'estirem amb una força de 40 N , i de 25 cm quan la força és de 60 N . Calculeu la longitud de la molla, quan no hi actua cap força, i la seva constant elàstica.

$$x_1 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \leftrightarrow F'_1 = 40 \text{ N}$$

$$x_2 = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m} \leftrightarrow F'_2 = 60 \text{ N}$$

$$F' = k \Delta x \rightarrow F' = k (x - x_0) \begin{cases} 40 = k (0,2 - x_0) \\ 60 = k (0,25 - x_0) \end{cases}$$

Dividim les dues equacions:

$$\frac{40}{60} = \frac{k(0,2 - x_0)}{k(0,25 - x_0)} \rightarrow 40 \cdot (0,25 - x_0) = 60 \cdot (0,2 - x_0) \rightarrow$$

$$10 - 40 x_0 = 12 - 60 x_0 \rightarrow 60 x_0 - 40 x_0 = 12 - 10 \rightarrow$$

$$20 x_0 = 2 \rightarrow x_0 = \frac{2}{20} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Calculem k :

$$40 = k(0,2 - 0,1) \rightarrow k = \frac{40}{0,1} = 400 \text{ N/m}$$

19. Hem penjat diferents masses d'una molla i n'hem mesurat les longituds, amb els resultats següents (taula 4.1):

m (g)	0	10	20	30	40
y (cm)	5,5	7,8	10,1	12,4	14,7

- a) Quina és la constant de la molla?

La longitud y_0 de la molla és 5,5 cm = 0,055 m, ja que és la longitud quan no hi penja cap massa ($m = 0$).

Calculem k amb els quatre parells de valors restants, expressant els valors en unitats del SI:

$$F' = k \Delta y \rightarrow mg = k(y - y_0) \rightarrow k = \frac{mg}{y - y_0}$$

$$\begin{aligned} \bullet k &= \frac{0,01 \cdot 9,8}{0,078 - 0,055} = 4,3 \text{ N/m} & \bullet k &= \frac{0,02 \cdot 9,8}{0,101 - 0,055} = 4,3 \text{ N/m} \\ \bullet k &= \frac{0,03 \cdot 9,8}{0,124 - 0,055} = 4,3 \text{ N/m} & \bullet k &= \frac{0,04 \cdot 9,8}{0,147 - 0,055} = 4,3 \text{ N/m} \end{aligned}$$

En tots els casos, $k = 4,3 \text{ N/m}$.

- b) Quina és la longitud de la molla quan hi pengem una massa de 17 g?

$$m = 17 \text{ g} = 0,017 \text{ kg} \rightarrow mg = k(y - y_0) \rightarrow$$

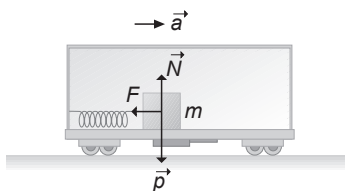
$$0,017 \cdot 9,8 = 4,3 \cdot (y - 0,055) \rightarrow y = \frac{0,017 \cdot 9,8}{4,3} + 0,055 = 0,094 \text{ m} = 9,4 \text{ cm}$$

- c) Quina massa hi pengem quan l'allargament experimentat per la molla és de 5,1 cm?

L'allargament és $\Delta y = y - y_0 = 5,1 \text{ cm} = 0,051 \text{ m}$.

$$\text{Per tant, } mg = k \Delta y \rightarrow m \cdot 9,8 = 4,3 \cdot 0,051 \rightarrow m = \frac{4,3 \cdot 0,051}{9,8} = 0,0224 \text{ kg} = 22,4 \text{ g}$$

20. En la situació indicada a la figura 4.50, tenim un cos de massa de 250 g enganxat a una molla, que va solidària amb el vagó d'un tren. Si la molla té una constant elàstica de 15 N/m, i no hi ha fregament entre el cos i la superfície del vagó, determineu l'allargament que experimenta en les situacions següents:



$$m = 250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$$

$$k = 15 \text{ N/m}$$

$$\vec{N} = -\vec{p}$$

Apliquem la 2a lei de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{N} + \vec{p} = m \vec{a} \Rightarrow F = ma \Rightarrow -k \Delta x = m \cdot a$$

- a) El vagó es mou cap a l'esquerra amb acceleració constant d'1,6 m/s².

$a = -1,6 \text{ m/s}^2 \rightarrow$ l'acceleració és negativa perquè el vagó es mou cap a l'esquerra. Per tant:

$$-15 \cdot \Delta x = 0,25 \cdot (-1,6) \Rightarrow \Delta x = \frac{0,25 \cdot (-0,16)}{-15} = 0,027 \text{ m} = 2,7 \text{ cm}$$

\Rightarrow la molla s'estira 2,7 cm.

b) El vagó es mou cap a la dreta amb acceleració constant de $2,8 \text{ m/s}^2$.

$a = 2,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow$ ara l'acceleració és positiva (el vagó es mou cap a la dreta). Per tant:

$$-15 \cdot \Delta x = 0,25 \cdot 2,8 \Rightarrow \Delta x = \frac{0,25 \cdot 2,8}{-15} = -0,047 \text{ m} = -4,7 \text{ cm}$$

\Rightarrow la molla es comprimeix $4,7 \text{ cm}$.

c) El vagó està en repòs.

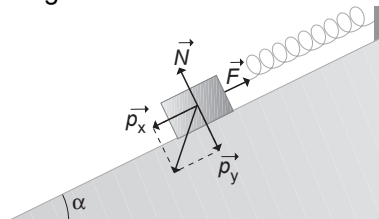
$a = 0 \rightarrow$ El vagó està en repòs. Per tant:

$$-15 \cdot \Delta x = 0,25 \cdot 0 \Rightarrow \Delta x = 0$$

\Rightarrow la molla roman amb la seva longitud en repòs.

21. Una molla té una constant elàstica de valor 250 N/m i està situada paral·lelament a un pla inclinat un angle de 50° . La molla està fixada a la part superior del pla i pengem del seu extrem inferior un cos de massa desconeguda. Si la molla s'allarga una longitud de $7,5 \text{ cm}$, quant val la massa del cos?

Diagrama de forces:



$$k = 250 \text{ N/m}$$

$$\alpha = 50^\circ$$

$$\Delta x = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$$

$$\vec{N} = -\vec{p}_y$$

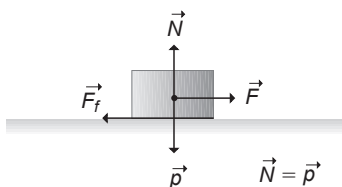
2a llei de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{N} + \vec{p}_y + \vec{p}_x = m \vec{a} \overset{0}{\Rightarrow} \vec{F} + \vec{p}_x = 0 \Rightarrow F - p_x = 0 \Rightarrow F = p_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \Delta x = mg \sin \alpha \Rightarrow m = \frac{k \Delta x}{g \sin \alpha} = \frac{250 \cdot 0,075}{9,8 \cdot \sin 50^\circ} = 2,5 \text{ kg}$$

22. Un cos de 50 kg està damunt d'un pla horitzontal. Experimentalment es pot veure que el cos comença a moure's quan la força horitzontal aplicada sobre ell val 300 N , i que, després, si continuem aplicant la mateixa força, recorre $4,8 \text{ m}$ en $3,5 \text{ s}$. Calculeu els coeficients de fregament estàtic i dinàmic.

Diagrama de forces



$$m = 50 \text{ kg}$$

Apliquem la llei de Newton:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{p} + \vec{F}_f = m \vec{a} \Rightarrow F - F_f = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F - \mu N = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$$

Inicialment, la força de fregament que actua és l'estàtica, i el cos tot just comença a moure's ($a = 0$). Per tant:

$$300 - \mu_e \cdot 50 \cdot 9,8 = 50 \cdot 0 \Rightarrow 300 - \mu_e \cdot 490 = 0 \Rightarrow \mu_e = \frac{300}{490} = 0,61$$

Una vegada ja es mou, actua la força de fregament dinàmic. Calculem l'acceleració:

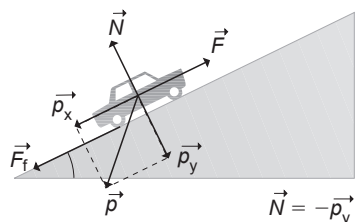
$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 4,8 \text{ m} \\ \Delta t = 3,5 \text{ s} \end{array} \right\} \Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow 4,8 = \frac{1}{2} a \cdot 3,5^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot 4,8}{3,5^2} = 0,78 \text{ m/s}^2$$

Per tant:

$$300 - \mu_d \cdot 50 \cdot 9,8 = 50 \cdot 0,78 \Rightarrow \mu_d = \frac{300 - 50 \cdot 0,78}{50 \cdot 9,8} = 0,53$$

23. Un automòbil té una massa de 375 kg i puja per una carretera rectilínia que forma un angle de 15° amb l'horitzontal. Si el coeficient de fregament dinàmic entre les rodes i la carretera val 0,74, quina força ha de fer el motor de l'automòbil en les situacions següents?

Diagrama de forces



$$m = 375 \text{ kg}$$

$$\alpha = 15^\circ$$

$$\mu = 0,74$$

2a llei de Newton:

$$F - p_x - F_f = m a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = m a + p_x + F_f$$

- a) L'automòbil puja amb velocitat constant.

$$v = \text{constant} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow F = p_x + F_f \Rightarrow F = m g \sin \alpha + \mu m g \cos \alpha = m g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 375 \cdot 9,8 (\sin 15^\circ + 0,74 \cos 15^\circ) = 3578 \text{ N}$$

- b) L'automòbil puja amb acceleració constant, de manera que recorre 50 m en 23 s.

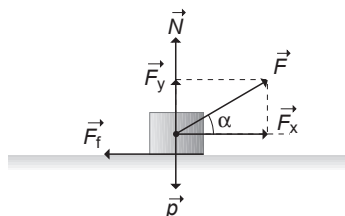
$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 50 \text{ m} \\ \Delta t = 23 \text{ s} \end{array} \right\} \Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \Delta x}{\Delta t^2} = \frac{2 \cdot 50}{23^2} = 0,189 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow F = m a + p_x + F_f = m a + m g \sin \alpha + \mu m g \cos \alpha = m (a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha) =$$

$$= 375 (0,189 + 9,8 \sin 15^\circ + 0,74 \cdot 9,8 \cdot \cos 15^\circ) = 3649 \text{ N}$$

24. Una caixa de 15 kg de massa descansa sobre una superfície horitzontal que presenta un coeficient de fregament estàtic de valor 0,45 i un coeficient de fregament dinàmic de valor de 0,42. Per tal de moure la caixa, l'estirem amb l'ajut d'una corda que forma un angle de 20° amb l'horitzontal.

Diagrama de forces



$$m = 15 \text{ kg}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\mu_e = 0,45$$

$$\mu_d = 0,42$$

Si suposem que la caixa es mou en la direcció horitzontal, tenim que:

$$\left. \begin{array}{l} N + F_y - p = 0 \\ F_x - F_f = m a \end{array} \right\} \rightarrow N = p - F_y = m g - F \sin \alpha$$

- a) Quina força mínima hem de fer per tal que la caixa comenci a moure's?

Inicialment, la força de fregament que hi actua és la força de fregament estàtic, i el cos tot just comença a moure's ($a = 0$).

$$F_x - F_{fe} = m \cdot a^0 \Rightarrow F_x = F_{fe} = \mu_e N = \mu_e (m g - F \sin \alpha) \Rightarrow F \cos \alpha = \mu_e m g - \mu_e F \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cos \alpha + F \mu_e \sin \alpha = \mu_e m g \Rightarrow F = \frac{\mu_e m g}{\cos \alpha + \mu_e \sin \alpha} = \frac{0,45 \cdot 15 \cdot 9,8}{\cos 15^\circ + 0,45 \sin 15^\circ} = 61 \text{ N}$$

b) Quina força hem de fer per moure la caixa amb velocitat constant?

Quan la caixa es mou amb velocitat constant, l'acceleració continua essent nul·la, però la força de fregament que actua és la dinàmica; per tant:

$$F = \frac{\mu_d mg}{\cos \alpha + \mu_d \sin \alpha} = \frac{0,42 \cdot 15 \cdot 9,8}{\cos 15^\circ + 0,42 \sin 15^\circ} = 57,5 \text{ N}$$

c) Si la força amb què estirem la corda val 65 N, amb quina acceleració es mou la caixa?

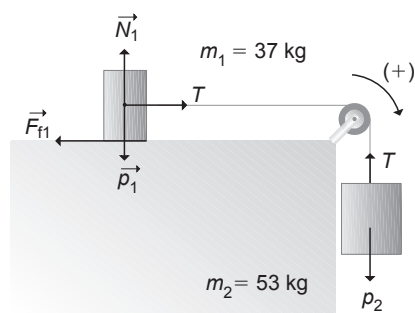
Ara hi ha acceleració, i $F = 65 \text{ N}$:

$$F_x - F_{fe} = ma \Rightarrow a = \frac{F \cos \alpha - \mu_d (mg - F \sin \alpha)}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{65 \cdot \cos 15^\circ - 0,42 (15 \cdot 9,8 - 65 \cdot \sin 15^\circ)}{15} = 0,54 \text{ m/s}^2$$

25. En el sistema de la figura 4.51 tenim els valors següents: $m_1 = 37 \text{ kg}$, $m_2 = 53 \text{ kg}$. Dibuixeu un esquema de les forces que hi actuen i calculeu l'acceleració del sistema i la tensió de la corda, en els casos següents:

Diagrama de forces:



Aplicuem la 2a llei de Newton a cada massa; com que és un sistema lligat, agafem el criteri que totes les forces que van a favor del moviment són positives:

$$\left. \begin{array}{l} m_1) T - F_{f1} = m_1 a \\ m_2) p_2 - T = m_2 a \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{p_2 - F_{f1}}{m_1 + m_2}$$

a) No hi ha fregament.

$F_f = 0$. Per tant:

$$a = \frac{p_2 - F_{f1}^0}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{53 \cdot 9,8}{37 + 53} = 5,8 \text{ m/s}^2$$

$$T = F_{f1}^0 = m_1 a \Rightarrow T = 37 \cdot 5,8 = 213,5 \text{ N}$$

b) El coeficient de fregament entre el pla i la massa m_1 val 0,26.

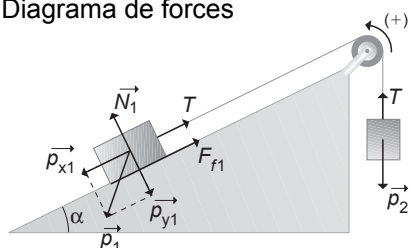
$\mu = 0,26$

$$a = \frac{p_2 - F_{f1}}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g - \mu m_1 g}{m_1 + m_2} = \frac{53 - 0,26 \cdot 37}{53 + 37} \cdot 9,8 = 4,7 \text{ m/s}^2$$

$$T - F_{f1} = m_1 a \Rightarrow T = m_1 a + F_{f1} = m_1 a + \mu m_1 g = 37 (4,7 + 0,26 \cdot 9,8) = 268,2 \text{ N}$$

26. En el sistema de la figura 4.52 tenim els valors següents: $m_1 = 9,3 \text{ kg}$, $m_2 = 2,4 \text{ kg}$, $\alpha = 54^\circ$. Calculeu l'acceleració del sistema i la tensió de la corda:

Diagrama de forces



$\alpha = 54^\circ$

$m_1 = 9,3 \text{ kg}$

$m_2 = 2,4 \text{ kg}$

Determinem en primer lloc en quin sentit es mouen les masses:

$$p_{x1} = m_1 g \sin \alpha = 9,3 \cdot 9,8 \cdot \sin 54^\circ = 73,73 \text{ N}$$

$$p_2 = m_2 g = 2,4 \cdot 9,8 = 23,52 \text{ N}$$

Com que $p_{x1} > p_2$, el sistema es mou en el sentit indicat a la figura.

Apliquem la 2a llei de Newton a cada massa seguint el mateix criteri que al problema anterior.

$$\left. \begin{array}{l} m_1) p_{x1} - T - F_{f1} = m_1 a \\ m_2) T - p_2 = m_2 a \end{array} \right\} p_{x1} - p_2 - F_{f1} = (m_1 + m_2) a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_1 g \sin \alpha - m_2 g - \mu m_2 g \cos \alpha}{m_1 + m_2}$$

a) Suposant que no hi ha fregament.

No hi ha fregament, $F_f = 0$. Per tant:

$$a = \frac{9,3 \cdot 9,8 \cdot \sin 54^\circ - 2,4 \cdot 9,8 - 0}{9,3 + 2,4} = 4,3 \text{ m/s}^2$$

$$T - p_2 = m_2 a \Rightarrow T = m_2 a + m_2 g = m_2 (a + g) \Rightarrow T = 2,4 \cdot (4,3 + 9,8) = 33,8 \text{ N}$$

b) Suposant que el coeficient de fregament entre el pla inclinat i la massa m_1 val 0,37. Representeu en un esquema les forces que hi actuen.

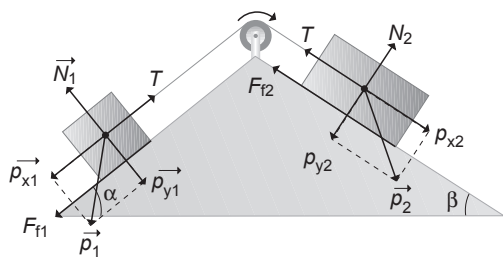
$$\mu = 0,37$$

$$a = \frac{9,3 \cdot 9,8 \sin 54^\circ - 2,4 \cdot 9,8 - 0,37 \cdot 9,3 \cdot 9,8 \cdot \cos 54^\circ}{9,3 + 2,4} = 2,6 \text{ m/s}^2$$

$$T = m_2 (a + g) = 2,4 \cdot (2,6 + 9,8) = 29,8 \text{ N}$$

27. En el sistema de la figura 4.53 tenim els valors següents: $m_1 = 450 \text{ g}$, $m_2 = 790 \text{ g}$, $\alpha = 38^\circ$, $\beta = 29^\circ$. Calculeu l'acceleració del sistema i la tensió de la corda:

Diagrama de forces



Determinem el sentit del moviment:

$$p_{x1} = m_1 g \sin \alpha = 0,45 \cdot 9,8 \cdot \sin 38^\circ = 2,72 \text{ N}$$

$$p_{x2} = m_2 g \sin \beta = 0,79 \cdot 9,8 \cdot \sin 29^\circ = 3,75 \text{ N}$$

Com que $p_{x2} > p_{x1}$, el sentit de moviment és l'indicat a la figura.

$$m_1 = 450 \text{ g} = 0,45 \text{ kg}$$

$$m_2 = 790 \text{ g} = 0,79 \text{ kg}$$

$$\alpha = 38^\circ$$

$$\beta = 29^\circ$$

Apliquem la 2a llei de Newton seguint el mateix criteri que als exercicis anteriors:

$$\left. \begin{array}{l} m_1) T - p_{x1} - F_{f1} = m_1 a \\ m_2) p_{x2} - T - F_{f2} = m_2 a \end{array} \right\} p_{x2} - p_{x1} - F_{f1} - F_{f2} = (m_1 + m_2) a \Rightarrow a = \frac{p_{x2} - p_{x1} - F_{f1} - F_{f2}}{m_1 + m_2}$$

a) Suposant que no hi ha fregament.

No hi ha fregament: $F_{f1} = F_{f2} = 0$. Per tant:

$$a = \frac{p_{x2} - p_{x1} - F_{f1}^0 - F_{f2}^0}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g \sin \alpha - m_1 g \sin \beta}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{0,79 \cdot 9,8 \cdot \sin 29^\circ - 0,45 \cdot 9,8 \cdot \sin 38^\circ}{0,45 + 0,79} = 0,84 \text{ m/s}^2$$

$$T - p_{x1} - F_{f1}^0 = m_1 a \Rightarrow T = m_1 a + m_1 g \sin \alpha = m_1 (a + g \sin \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 0,45 (0,84 + 9,8 \cdot \sin 38^\circ) = 3,09 \text{ N}$$

b) Suposant que el coeficient de fregament entre els plans inclinats i les masses val 0,08.

$$\mu = 0,08$$

$$a = \frac{p_{x2} - p_{x1} - F_{f1} - F_{f2}}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g \sin \alpha - m_1 g \sin \alpha - \mu (m_1 g \cos \alpha + m_2 g \cos \alpha)}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{0,79 \cdot 9,8 \cdot \sin 29^\circ - 0,45 \cdot 9,8 \cdot \sin 38^\circ - 0,08 (0,45 \cdot 9,8 \cdot \cos 38^\circ + 0,79 \cdot 9,8 \cdot \cos 29^\circ)}{0,45 + 0,79} =$$

$$\Rightarrow a = 0,18 \text{ m/s}^2$$

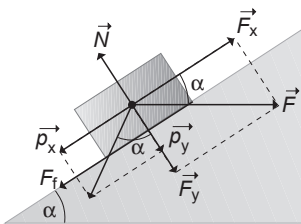
$$T - p_{x1} - F_{f1} = m_1 a \Rightarrow T = m_1 a + p_{x1} + F_{f1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = m_1 a + m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha = m_1 (a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha) =$$

$$= 0,45 (0,18 + 9,8 \sin 38^\circ + 0,18 \cdot 9,8 \cos 38^\circ) = 3,42 \text{ N}$$

28. El cos de la figura 4.54 té una massa de 4 kg i l'angle α del pla inclinat és de 20° . Dibuixeu un diagrama de les forces que hi actuen i calculeu:

Diagrama de forces



Com que la caixa es mou en la direcció paral·lela al pla, tenim que:

$$\begin{cases} N - p_y - F_f = 0 \Rightarrow N = F_f + p_y = F \sin \alpha + mg \cos \alpha \\ F_x - p_x - F_f = ma \end{cases}$$

$$m = 4 \text{ kg}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

a) El valor de la força \vec{F} per tal que el cos es mogui cap a la part superior del pla inclinat amb velocitat constant, si es considera negligible el fregament.

Com que $v = \text{constant}$, $a = 0$; a més, $F_f = 0$. Per tant:

$$F_x - p_x - F_f^0 = m a^0 \Rightarrow F_x = p_x \Rightarrow F \cos \alpha = mg \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg \sin \alpha}{\cos \alpha} = mg \operatorname{tg} \alpha = 4 \cdot 9,8 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 14,3 \text{ N}$$

b) Si el coeficient de fregament entre el cos i el pla val 0,27, com canvia l'apartat anterior?

$$a = 0, \mu = 0,27$$

$$F_x - p_x - F_f = 0 \Rightarrow F \cos \alpha = mg \sin \alpha + \mu N \Rightarrow F \cos \alpha = mg \sin \alpha + \mu (F \sin \alpha + mg \cos \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = \frac{4 \cdot 9,8 (\sin 20^\circ + 0,27 \cdot \cos 20^\circ)}{\cos 20^\circ - 0,27 \sin 20^\circ} = 27,6 \text{ N}$$