



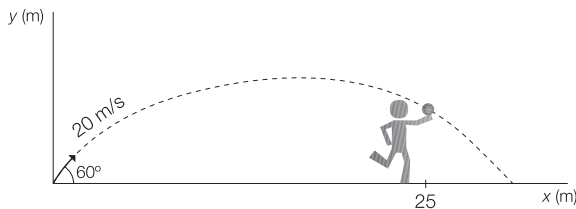
Direcció:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-19,56}{18} = -1,09 \rightarrow \alpha = 312,62^\circ$$

c) Indiqueu si la pedra pujava o baixava en el moment de la col·lisió.

La pedra baixava.

19. El porter d'handbol d'un equip inicia un contraatac llançant una pilota amb una velocitat de 20 m/s i una inclinació de 60° sobre un company que es troba 25 m més endavant. Si aquest jugador corre amb una velocitat constant i agafa la pilota a la mateixa altura a la qual ha estat llançada, amb quina velocitat corre aquest jugador?



$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = 20 \cos 60^\circ = 10 \text{ m/s} \\ v_{0y} = 20 \sin 60^\circ = 17,32 \text{ m/s} \\ g = -9,8 \text{ m/s}^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10t \\ y = 17,32t - 4,9t^2 \end{cases}$$

$$\text{Si } y = 0 \rightarrow 0 = 17,32t - 4,9t^2 \rightarrow t(17,32 - 4,9t) = 0$$

$$\rightarrow t = \frac{17,32}{4,9} = 3,53 \text{ s}$$

$x = 10 \cdot 3,53 = 35,3 \text{ m}$. Deduïm que es mou en sentit positiu, ja que $35,3 \text{ m} > 25 \text{ m}$.

L'altre jugador:

$$x = x_0 + v\Delta t \rightarrow v = \frac{x - x_0}{t} = \frac{35,3 - 25}{3,53} = 2,93 \text{ m/s}$$

20. Un objecte puntual està sotmès a un moviment circular uniforme de radi 7 m i gira a 150 rpm. Calculeu-ne el període, la freqüència, l'acceleració normal i l'angle descrit en 10 s.

Coneixem la velocitat angular i el radi.

$$\omega = 150 \text{ rpm} = 150 \frac{\text{voltes}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 15,71 \text{ rad/s}$$

Si coneixem la velocitat angular, trobem el període amb l'expressió:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{15,71} = 0,4 \text{ s}$$

I la freqüència

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ Hz}$$

Amb l'expressió de l'acceleració normal trobem que:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = 15,71^2 \cdot 7 = 1725,43 \text{ m/s}^2$$

A partir de l'equació del moviment circular uniforme, trobem l'angle descrit.

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t \rightarrow \varphi = 15,71 \cdot 10 = 157,1 \text{ rad}$$

21. Calculeu la velocitat angular dels punts de la roda d'un cotxe que circula a una velocitat constant de 100 km/h si el diàmetre de la roda fa 80 cm. Quantes voltes fa quan el cotxe ha recorregut 1 km?

$$100 \text{ km/h} = 27,78 \text{ m/s}$$

$$r = 40 \text{ cm}$$

$$s = 1000 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{27,78}{0,4} = 69,44 \text{ rad/s}$$

$$\varphi = \frac{s}{r} = \frac{1000}{0,4} = 2500 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} = 397,89 \text{ voltes}$$

22. Un disc dels tocadiscs d'abans gira a 33 rpm i té un radi de 15 cm.

a) Calculeu-ne la velocitat angular i lineal.

$$33 \text{ rpm} = 33 \frac{\text{voltes}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 3,46 \text{ rad/s}$$

$$v = \omega \cdot r = 3,46 \cdot 0,15 = 0,52 \text{ m/s}$$

b) Calculeu-ne el període i la freqüència.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3,46} = 1,82 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,82} = 0,55 \text{ Hz}$$

c) Si una cançó dura 5 min, quantes voltes fa en el tocadiscos? Expressu-ne el resultat en radianis.

$$\varphi = \omega t = 3,46 \cdot 5 \cdot 60 = 1036,72 \text{ rad}$$

23. Un cotxe tarda 15 s a fer una volta a una rotonda. Calculeu la velocitat angular amb què es mou. Si s'ha desplaçat amb una velocitat mitjana de 60 km/h, quin és el perímetre de la rotonda i l'acceleració normal?

Calculem la velocitat angular amb l'expressió:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{15} = 0,42 \text{ rad/s}$$

Passem la velocitat lineal a unitat del SI: $60 \text{ km/h} = 16,67 \text{ m/s}$

Per trobar el perímetre de la rotonda hem de trobar el radi de la rotonda, amb l'expressió, $v = \omega \cdot r$

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{16,67}{0,42} = 39,79 \text{ m}$$



El perímetre el trobem amb l'expressió:

$$s = \varphi \cdot r = 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot 39,79 = 250 \text{ m}$$

L'acceleració normal la trobem amb l'expressió:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{16,67^2}{39,79} = 7 \text{ m/s}^2$$

24. Si una bicicleta circula amb una velocitat de 12 km/h i les rodes tenen un radi de 30 cm, calculeu:

a) La velocitat angular de la roda.

Primer expressem la velocitat lineal en unitats del SI:

$$v = 12 \text{ km/h} = 3,33 \text{ m/s}$$

La velocitat angular ve donada per:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{3,33}{0,3} = 11,1 \text{ rad/s}$$

b) La distància recorreguda en 10 min.

$$10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{3,33 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 1998 \text{ m}$$

c) El nombre de voltes que ha efectuat la roda en aquest temps.

En aquest temps el nombre de voltes que han efectuat les rodes és:

$$10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{11,11 \text{ rad}}{\text{s}} = 1061 \text{ voltes}$$

25. Quina és l'acceleració centrípeta d'un pilot del Gran Premi de Catalunya que traça una corba de 50 m de radi a una velocitat de 180 km/h?

$$180 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \text{ m/s}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow a_n = \frac{50^2}{50} = 50 \text{ m/s}^2$$

26. Un ciclista s'entrena donant voltes amb la bicicleta en una pista circular de 50 m de radi a un ritme de 5 voltes cada 2 min i 37 s. Calculeu:

a) La velocitat angular.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$2 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 120 \text{ s} + 37 \text{ s} = 157 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{5 \text{ voltes}}{157 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} = 0,20 \text{ rad/s}$$

b) La velocitat lineal.

$$v = \omega \cdot r = 0,20 \cdot 50 = 10 \text{ m/s}$$

c) L'acceleració centrípeta.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{10^2}{50} = 2 \text{ m/s}^2$$

27. Un aprenent d'astronauta gira amb una velocitat angular ω i experimenta una acceleració centrípeta de $2g$. Calculeu la velocitat angular i la freqüència de gir si el radi del dispositiu giratori és de 2 m i g val $9,8 \text{ m/s}^2$.

$$a_n = 2g$$

$$r = 2 \text{ m}$$

$$a_n = \omega^2 r \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_n}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8}{2}} = \sqrt{9,8} = 3,13 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3,13}{2\pi} = 0,5 \text{ s}^{-1}$$

28. Quina velocitat angular s'ha de comunicar a una estació espacial de forma anular de 60 m de diàmetre per tal de crear una gravetat artificial a la perifèria igual a la gravetat a la superfície terrestre?

$$r = 30 \text{ m}$$

$$a_n = g \rightarrow a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = g$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{9,8}{30}} = 0,57 \text{ rad/s}$$

29. Un mòbil descriu una circumferència de 20 cm de radi. Partint del repòs, es mou amb una acceleració angular constant i, quan han passat 5 s, la seva velocitat angular és de 300 rpm. Calculeu, per a aquest temps, la velocitat lineal, l'acceleració angular, l'acceleració tangencial, l'acceleració normal, l'acceleració total, l'espai recorregut i l'angle girat.

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2 \\ \omega &= \omega_0 + \alpha \Delta t \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ \omega &= \alpha t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s &= \varphi r \\ v &= \omega r \\ a_t &= \alpha r \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{v^2}{r} \\ a_T &= \sqrt{a_n^2 + a_t^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s &= \frac{1}{2} a_t t^2 \\ v &= a_t t \end{aligned}$$

$$300 \text{ rpm} = 300 \cdot \frac{\text{voltes}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 31,42 \text{ rad/s}$$

$$v = \omega r = 31,42 \cdot 0,2 = 6,28 \text{ m/s}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{31,42}{5} = 6,28 \text{ rad/s}^2$$

$$a_t = \alpha r \rightarrow a_t = 6,28 \cdot 0,2 = 1,26 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{6,28^2}{0,2^2} = 197,19 \text{ m/s}^2$$

$$a_T = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{197,19^2 + 1,26^2} = 197,20 \text{ m/s}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a_t t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 1,26 \cdot 5^2 = 15,75 \text{ m}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \alpha t^2 \rightarrow \varphi = \frac{1}{2} \cdot 6,28 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ rad}$$



30. La velocitat angular d'una roda disminueix uniformement de 1000 a 750 voltes per minut en 10 s. Calculeu per aquest temps.

a) L'acceleració angular.

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{\Delta t} = \frac{750 - 1000}{10} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} = -2,62 \text{ rad/s}^2$$

b) El nombre de voltes que fa.

Calculem el nombre de voltes a partir de l'angle girat:

$$\begin{aligned} \text{nre. voltes} &= \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\left(\varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2\right)}{2\pi} = \\ &= 0 + 1000 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{10}{2\pi} + \frac{1}{2} \cdot (-2,62) \cdot \frac{10^2}{2\pi} = \\ &= 145,8 \text{ voltes} \end{aligned}$$

31. Una partícula descriu una circumferència de 10 cm de radi. Si parteix del repòs i es mou amb una acceleració angular de 0,2 rad/s², calculeu, al cap de 20 s:

a) L'acceleració normal.

$$\begin{aligned} \omega &= \alpha t = 0,2 \cdot 20 = 4 \text{ rad/s} \\ a_n &= \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \rightarrow a_n = 4^2 \cdot 0,1 = 16 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

b) L'acceleració tangencial.

$$a_t = \alpha r = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02 \text{ m/s}^2$$

c) L'acceleració total.

$$a_T = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{1,6^2 + 0,02^2} = 1,60 \text{ m/s}^2$$

d) La longitud d'arc recorreguda.

$$s = \frac{1}{2} a_t t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot 20^2 = 4 \text{ m}$$

32. Un automòbil circula a 80 km/h, frena i s'atura en 10 s. Calculeu:

$$80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 22,22 \text{ m/s}$$

$$v = 0; t = 10 \text{ s}; r = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

a) Les voltes que han donat les rodes si tenen un diàmetre de 50 cm.

$$a_t = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 22,22}{10} = -2,22 \text{ m/s}^2$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a_t t^2 \rightarrow s = 22,22 + \frac{1}{2} \cdot (-2,22) \cdot 10^2 = 111,2 \text{ m}$$

$$s = \varphi r \rightarrow \varphi = \frac{s}{r} = \frac{111,2}{0,25} = 444,8 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} = 70,79 \text{ voltes}$$

b) L'acceleració angular de les rodes.

$$a_t = \alpha r \rightarrow \alpha = \frac{a_t}{r} = \frac{-2,22}{0,25} = -8,88 \text{ rad/s}^2$$

33. Un mòbil descriu una corba amb acceleració tangencial constant de 2 m/s². Si el radi de la corba és de 40 m i la velocitat del mòbil és de 80 km/h, a quina acceleració total està sotmès?

$$80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}$$

$$a_t = 2 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{22,22^2}{40} = 12,34 \text{ m/s}^2$$

$$a_T = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{12,34^2 + 2^2} = 12,51 \text{ m/s}^2$$

34. Una roda gira a 60 rpm i en 5 s té una velocitat angular de 40 rad/s. Calculeu quantes voltes ha donat si suposem que l'acceleració angular és constant.

$$60 \text{ rpm} = 60 \frac{\text{voltes}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 6,28 \text{ rad}$$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{40 - 6,28}{5} = 6,74 \text{ rad/s}^2$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = 6,28 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 6,74 \cdot 5^2 = \\ &= 115,65 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} = 18,41 \text{ voltes} \end{aligned}$$

35. [Curs 98-99] Una centrifugadora de 12 cm de radi que està inicialment en repòs accelera uniformement durant 20 s. En aquest interval de temps, $\alpha = 100 \pi \text{ rad/s}^2$. Després manté constant la velocitat adquirida.

a) Amb quina velocitat gira la centrifugadora quan fa 20 s que funciona? Expressu el resultat en rpm.

$$\begin{aligned} \omega &= \alpha t \rightarrow \omega = 100 \pi \cdot 20 = \\ &= 2000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 60000 \text{ rpm} \end{aligned}$$

b) Quantes voltes ha de fer la centrifugadora després de funcionar durant 20 s? I després de funcionar 50 s?

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2 = \frac{1}{2} 100 \pi \cdot 20^2 = 20000 \pi \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} = \\ &= 10000 \text{ voltes} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \omega \Delta t \rightarrow \theta = 20000 \pi + 2000 \pi (50 - 20) = \\ &= 80000 \pi \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} = 40000 \text{ voltes} \end{aligned}$$

c) Calculeu les acceleracions tangencial i normal que com a màxim tenen els objectes a l'interior de la centrifugadora quan aquesta fa 1 min que gira.

$$a_t = \alpha \cdot r \rightarrow a_t = 0, \text{ ja que } 1 \text{ min MCU}$$

$$a_n = \omega^2 \cdot r = (2000 \pi)^2 \cdot 0,12 = 4737410,11 \text{ m/s}^2$$