Electromagnetisme

Qüestions

1. Un imant atrau una peça de ferro. Aleshores el ferro pot atraure una altra peça de ferro. Podeu donar una explicació d'aquest fenomen?

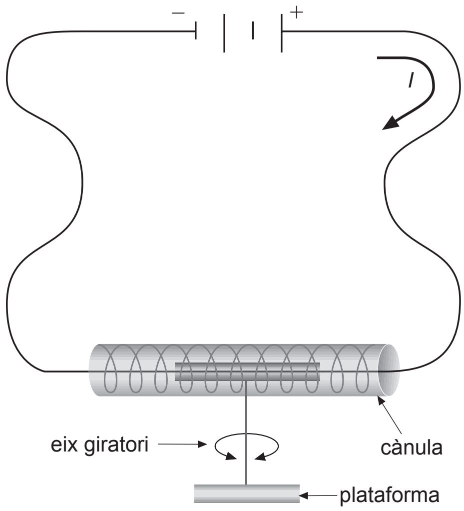
Quan un imant natural atrau un tros de ferro, aquest s'imanta, és a dir, el moments bipolars magnètics s'arrengleren en una direcció determinada; aleshores el tros de ferro manifesta el caràcter magnètic, o sigui, es converteix en un altre imant.

2. La direcció del camp elèctric $\vec{E}$ es pot definir a partir de la força que rep una càrrega puntual. Per què no podem definir de la mateixa manera la direcció d'un camp magnètic?

Suposem una càrrega puntual positiva en el si d'un camp elèctric. La força elèctrica que rep ve donada per l'expressió $\vec{F} = Q\vec{E}$, d'on deduïm que la força pren la mateixa direcció i el mateix sentit que el camp elècric.

Si ara suposem que el camp que actua sobre la càrrega puntual positiva és magnètic, aleshores la força ve donada per l'expressió $\vec{F} = Q\,(\vec{v} \times \vec{B})$, d'on deduïm que la direcció de la força no coincideix amb la direcció del camp magnètic.

3. Expliqueu com es pot fer una brúixola amb un generador de CC, una bobina i un fil conductor.

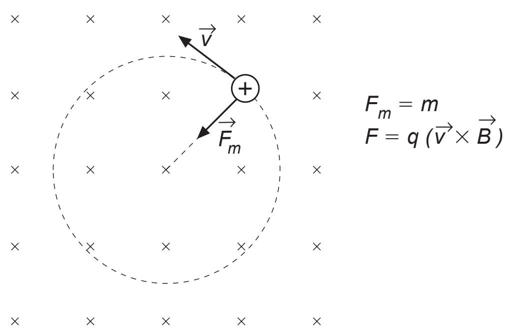


En la figura hem fet un esquema on connectem, la font de CC amb la bobina mitjançant fils conductors. Situem la bobina en una base sobre la qual pot girar lliurement sobre un eix.

La font d'alimentació proporciona un corrent elèctric de valor $I = \dfrac{\Delta V}{R}$, on R és la resistència del circuit.

La intensitat del camp magnètic a l'interior de la bobina és aproximadament $B = \mu_0\, n\, I$.

4. Per què la força que rep una càrrega a causa d'un camp magnètic no fa treball?



Perquè la força magnètica és igual a la força centrípeta. Recordeu que la força centrípeta va dirigida cap al centre de la trajectòria circular.

En la figura il·lustrem la situació d'un camp magnètic uniforme perpendicular al paper i una càrrega Q que gira en una trajectòria circular.

El treball realitzat és zero, ja que la força és en tot moment perpendicular al vector desplaçament:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

5. **El camp magnètic, pot fer variar l'energia cinètica d'una càrrega?**

En la qüestió anterior hem dit que la força magnètica no realitza treball. D'altra banda, tenim que:

$W = \Delta E_c = 0$

Per tant, no hi ha variació d'energia cinètica.

6. **El camp magnètic pot fer variar la quantitat de moviment d'una càrrega?**

Sí que fa variar la quantitat de moviment.

En el cos del camp magnètic uniforme de la figura de la qüestió 4, la càrrega gira en una trajectòria circular amb velocitat constant. La velocitat és constant en mòdul, però no en direcció. Per tant, la quantitat de moviment de la càrrega varia vectorialment, encara que el seu mòdul sigui constant.

7. **S'allibera un protó des del repòs en una regió on hi ha un camp elèctric i un camp magnètic paral·lels i uniformes. Com es mourà el protó? I un electró?**

El camp elèctric farà moure la càrrega Q amb moviment uniforme accelerat:

$$\vec{F} = Q\vec{E} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{Q\vec{E}}{m}$$

El camp magnètic, que actua en la mateixa direcció que la càrrega, no li farà cap efecte.

Per tant, la càrrega es mourà amb moviment uniformement accelerat en la direcció del camp elèctric.

Si la càrrega és un protó, es mourà en la mateixa direcció i el mateix sentit que el camp elèctric. Si la càrrega és un electró, es mourà en la mateixa direcció i sentit contrari al camp elèctric.

8. **Quina magnitud representa N/A²?**

Si prenem l'expressió de la força entre dos conductors paral·lels i infinits, la podem escriure com:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2 \pi d} \rightarrow \frac{F}{I_1 I_2} = \frac{\mu_0 l}{2 \pi d}$$

Observeu que la magnitud que representa $\frac{F}{I_1 I_2} \approx \frac{N}{A^2}$ és la permeabilitat.

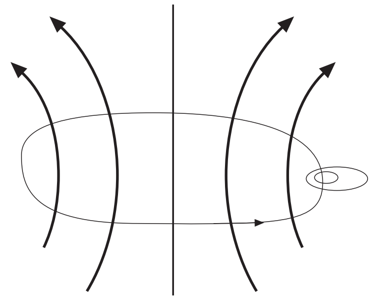
Recordem que les constants no es tenen en compte, i que la distància d i la longitud l es cancel·len.

Per tant, tenim:

$$\mu \Rightarrow \frac{N}{A^2} = \frac{Tm}{A}$$

9. **El camp magnètic que genera una espira quan passa un corrent és uniforme? Raoneu la resposta.**

El camp magnètic que genera un conductor disminueix amb la distància i, per tant, no és uniforme.



10. **Els protons i les partícules α passaran a la mateixa velocitat per un selector de velocitats? Raoneu la resposta (recordeu que una partícula α és un nucli de He).**

La velocitat que selecciona un selector de velocitats només depèn del camp elèctric i del camp magnètic i ve donada per l'expressió:

$$v = \frac{E}{B}$$

Per tant, és independent de la massa i de la càrrega de la partícula.

11. **Els protons i els electrons passaran a la mateixa velocitat per un selector de velocitats? Raoneu la resposta.**

Com hem dit en la qüestió anterior, és independent de la quantitat de càrrega i del signe de la càrrega.

12. **Una càrrega està en repòs en les proximitats d'un fil recte pel qual passa un corrent elèctric d'intensitat constant. Existeix camp magnètic en el punt on es troba la càrrega? Actua una força sobre la càrrega? Raoneu les respostes.**

En efecte, hi ha camp magnèic en les proximitats d'un conductor quan hi circula un corrent elèctric. El seu valor és:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r}$$

Però com que la càrrega elèctrica es troba en repòs, el camp magnètic no li fa cap efecte, ja que:

$$\vec{F} = Q\,(\vec{v} \times \vec{B})$$

Si $v = 0$, aleshores $F = 0$. I, per tant, continuarà en estat de repòs.

13. **Quines d'aquestes sis afirmacions són certes i quines són falses?**

Una càrrega en repòs només pot crear un camp elèctric. Quan es mou, pot crear un camp elèctric i magnètic, és a dir, un camp electromagnètic. Per tant,

a) **Una càrrega elèctrica en repòs crea: 1) només camp elèctric, 2) només camp magnètic, 3) un camp elèctric i un camp magnètic.**

1) Certa

2) Falsa

3) Falsa

b) **Una càrrega elèctrica en moviment crea: 4) només camp elèctric, 5) només camp magnètic, 6) un camp elèctric i un camp magnètic.**

4) Falsa

5) Falsa

6) Certa

14. **En quines condicions una partícula carregada descriu una trajectòria rectilínia en presència d'un camp magnètic uniforme? I en presència d'un camp elèctric uniforme?**

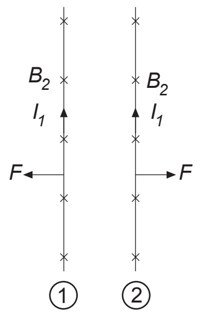
Com que el camp magnètic exerceix una força en una direcció diferent de la velocitat, és necessari que aquesta sigui nul·la.

De l'expressió $\vec{F} = Q\,(\vec{v} \times \vec{B})$, deduïm que només pot seguir una trajectòria rectilínia quan l'angle que formen els vectors $\vec{v}$ i $\vec{B}$ és de 0° i 180°. Per tant, quan llancem una partícula carregada en la direcció d'un camp magnètic uniforme, aquesta segueix una trajectòria rectilínia en la mateixa direcció que el camp magnètic.

Quan actua un camp elèctric, la força que rep ve donada per l'expressió $\vec{F} = Q\vec{E}$, on veiem, com hem comentat abans, que la força pren la mateixa direcció que el camp elèctric.

Per tant, una partícula carregada elèctricament seguirà una trajectòria rectilínia en un camp elèctric quan aquest sigui uniforme.

15. Expliqueu per què dos conductors rectes molt llargs que porten corrents elèctrics en direccions oposades es repel·leixen l'un a l'altre.

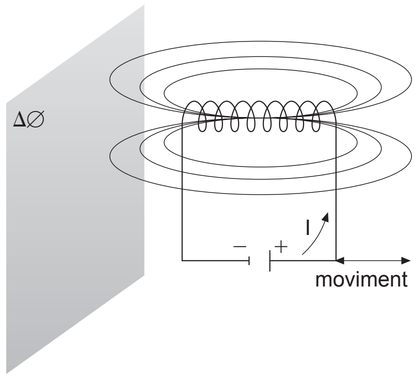


El conductor 1 crea un camp magnètic B_1 sobre el conductor 2 en la direcció i sentit indicat per x. Amb la regla de la mà dreta, deduïm que el conductor 2 rep una força cap a la dreta.

Fem el mateix amb el conductor 2 sobre el conductor 1, i comprovem que farà una força cap a l'esquerra.

Per tant, els conductors es repel·leixen.

16. Es pot induir un corrent elèctric en un circuit tancat sense la presència d'un imant natural?

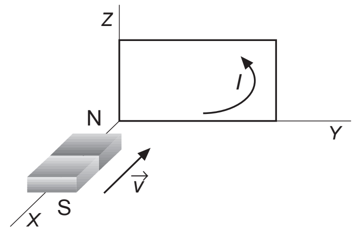


Per induir un corrent elèctric en un circuit tancat, cal que hi hagi un camp magnètic, de manera que es produeixi una variació de flux magnètic en la superfície tancada del circuit.

Per tant, si no disposem d'un imant natural, podem crear-ne un d'artificial, com per exemple una bobina amb corrent elèctric.

17. Indiqueu el sentit del corrent induït quan l'imant s'acosta cap al circuit de la figura 7.79.

Amb la regla de la mà dreta, deduïm que el sentit del corrent induït ha de ser antihorari, a fi que el camp magnètic generat pel circuit s'oposi al camp creat per l'imant natural.



18. De quins paràmetres depèn la força electromotriu màxima d'un generador de CA?

La fem màxima que pot generar un generador depèn de les característiques del generador, és a dir, del nombre d'espires de l'inductor, del camp magnètic que genera l'estator, de la superfície de les bobines de l'inductor i de la velocitat angular amb què gira l'inductor. Totes aquestes variables hi influeixen de manera directament proporcional segons l'expressió:

$\mathscr{E}_0 = N B S \omega$

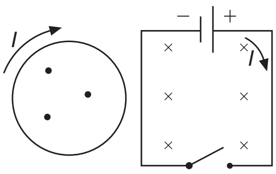
19. Què mesuren normalment els aparells de mesura elèctrica: valors instantanis, valors màxims o valors eficaços?

Valors eficaços.

20. **Mitjançant un transformador, podem transformar una tensió de 40 V CC a un valor de 25 V?**

No, ja que el transformador només pot transformar senyals variables. Un corrent continu no pot influir en el secundari del transformador perquè no hi ha variació de flux magnètic.

21. **Doneu el sentit del corrent induït en l'espira circular de la figura 7.80 quan es tanca el circuit elèctric.**



Quan tanquem el circuit que conté la font, crea un camp magnètic en el seu interior en la direcció i sentit *x*, i, per tant, en el circuit de l'espira aquest camp entra en la direcció i sentit de •. Segons la llei de Lenz, el corrent induït ha de ser en sentit horari.

Problemes

1. **Per una espira de radi 5 cm passa un corrent de 40 mA. Calculeu-ne el moment dipolar magnètic, i indiqueu-ne la direcció i el sentit.**

El moment dipolar d'una espira és $\vec{m} = I\vec{S}$. En mòdul:

$m = 40 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot (0{,}05)^2 = 3{,}14 \cdot 10^{-4}\ \text{A·m}^2$

La direcció i el sentit els determinem aplicant la regla de la mà dreta, és a dir, el polze indica el sentit del moment dipolar magnètic quan els dits restants indiquen el sentit de rotació del corrent elèctric.

2. **El camp magnètic varia bastant d'un lloc a un altre de la superfície de la Terra. A Manresa, de latitud 41° 44′ 10″, li correspon un valor de $2{,}221 \cdot 10^{-5}$ T. Expresseu el resultat en gauss.**

$$2{,}221 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \frac{10^4\ G}{1\ \text{T}} = 0{,}222\ \text{G}$$

3. **Es llança un protó a una velocitat de $3 \cdot 10^4$ m/s perpendicularment a un camp magnètic uniforme d'intensitat 0,4 T (fig. 7.81). Calculeu la força que rep la càrrega en aquest instant.**

Dada: $Q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Amb l'expressió $\vec{F} = Q\,(\vec{v} \times \vec{B})$ calculem la força que rep la partícula:

$$\vec{F} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}4 \end{vmatrix} = 1{,}9 \cdot 10^{-15}\,\vec{j}\ \text{N}$$

4. **Es llança un electró a una velocitat de $5 \cdot 10^5$ m/s perpendicularment a un camp magnètic uniforme d'intensitat 0,4 T (fig. 7.82). Calculeu la força que rep la càrrega en aquest instant.**

Dada: $Q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Utilitzem la mateixa expressió que en el problema anterior:

$$\vec{F} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^5 \cdot \cos 30° & 5 \cdot 10^5 \cdot \sin 30° & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}4 \end{vmatrix} = (1{,}60 \cdot 10^{-14}\,\vec{i} - 2{,}77 \cdot 10^{-14}\,\vec{j})\ \text{N}$$

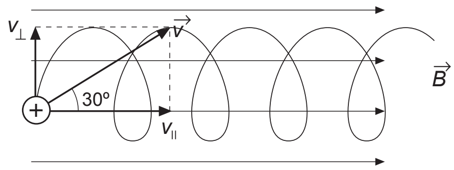
5. **Una partícula α, que és un catió format per dos protons i dos neutrons, es llança a una velocitat de $8 \cdot 10^4$ m/s que forma un angle de 30° respecte d'un camp magnètic uniforme de 0,3 T. Representeu la situació i calculeu la força que rep la partícula α.**

Dada: $Q_p = Q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Calculem la força en mòdul amb l'expressió $\vec{F} = Q\,(\vec{v} \times \vec{B})$:

$F = Q\,v\,B \sin\varphi = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0{,}3 \cdot \sin 30° = 3{,}84 \cdot 10^{-15}$ N

Aplicant la regla de la mà dreta determinem la direcció i el sentit de la força. La partícula segueix una trajectòria helicoidal.



6. **Un camp magnètic uniforme fa que un protó giri en una òrbita circular estacionària de radi 5 mm i amb una freqüència de 10^7 Hz. Calculeu el mòdul de $\vec{B}$ i l'energia cinètica en eV.**

Dades: $Q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C i $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg

Si l'òrbita on gira el protó és estacionària, hem d'interpretar que el vector velocitat és perpendicular al camp magnètic. De l'expressió $F = Q\,v\,B \sin\varphi$ deduïm que:

$F = Q\,v\,B$

Apliquem la 2a llei de Newton:

$$m\,a = Q\,v\,B \rightarrow m\,\omega^2\,r = Q\,\omega\,r\,B \rightarrow m\,\omega = Q\,B \rightarrow m\,2\pi\,f = Q\,B \rightarrow B = \frac{2\pi\,f\,m}{Q}$$

Substituint valors, la intensitat de camp magnètic és:

$B = 0{,}657$ T

Calculem l'energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2}\,m\,(2\pi\,f\,r)^2 = 8{,}24 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

Expressada en eV:

$$8{,}24 \cdot 10^{-17}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 515{,}4\ \text{eV}$$

7. **Un camp magnètic uniforme de 0,8 T fa girar una partícula en una òrbita circular estacionària de radi 2 mm, i amb una energia cinètica d'1 keV. Si sabem que és un catió de tipus X^+, calculeu-ne la massa.**

Prèviament expressem l'energia en unitats del SI i ho substituïm en l'expressió de l'energia cinètica:

$$10^3\ \text{eV} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$$

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \rightarrow 1{,}6 \cdot 10^{-16} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \rightarrow m\,v = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-16}}{v}$$

De l'expressió $Q\,v\,B = \dfrac{m\,v^2}{R} \rightarrow m\,v = Q\,B\,R = \dfrac{3{,}2 \cdot 10^{-16}}{v}$ podem determinar la velocitat de la partícula:

$$1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}8 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-16}}{v} \rightarrow v = 1{,}25 \cdot 10^6\ \text{m/s}$$

Amb l'expressió $m\,v = \dfrac{3{,}2 \cdot 10^{-16}}{v}$ podem calcular la massa:

$$m = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-16}}{(1{,}25 \cdot 10^{6})^{2}} = 2{,}05 \cdot 10^{-28}\ \text{kg}$$

8. Una partícula α entra dins d'un camp magnètic uniforme de 0,2 T a una velocitat de $5 \cdot 10^5$ m/s que forma un angle de 30° respecte del camp. Calculeu el radi de l'òrbita i la freqüència amb què gira.

Dades: $m_p \simeq m_n = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg i e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Calculem el component perpendicular de la velocitat en la direcció del camp magnètic:

$$v_\perp = v \sin \varphi = 5 \cdot 10^5 \sin 30° = 2{,}5 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

Simplificant i substituint valors en l'expressió $Q\,v_\perp B = \dfrac{m\,v_\perp^2}{R}$, determinem el radi:

$$Q\,B = \frac{m\,v_\perp}{R} \;\rightarrow\; R = \frac{4 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 2{,}5 \cdot 10^5}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}2} = 0{,}026\ \text{m}$$

Calculem la freqüència:

$$f = \frac{\omega}{2\,\pi} = \frac{v}{2\,\pi\,R} = \frac{2{,}5 \cdot 10^5}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}026} = 1{,}52 \cdot 10^6\ \text{Hz}$$

9. Un ciclotró utilitzat per accelerar partícules α té un camp magnètic d'1,2 T i un radi de 0,8 m.

a) **Quina és la freqüència del ciclotró?**

De la relació $Q\,v\,B = \dfrac{m\,v^2}{R} \;\rightarrow\; Q\,B = \dfrac{m\,v}{R}$. Tenint en compte que $v = \omega\,R$:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{Q\,B}{m} = \frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}2}{4 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 5{,}74 \cdot 10^7\ \text{rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\,\pi} = 9{,}14 \cdot 10^6\ \text{Hz}$$

b) **Trobeu l'energia màxima de les partícules α.**

L'energia cinètica de la partícula és:

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2}\,m\,(\omega\,R)^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (5{,}74 \cdot 10^7 \cdot 0{,}8)^2 = 7{,}043 \cdot 10^{-12}\ \text{J}$$

Expressada en MeV és:

$$7{,}043 \cdot 10^{-12}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 4{,}4 \cdot 10^7\ \text{eV} = 44{,}1\ \text{MeV}$$

10. Un ió de $^{24}Mg^{2+}$, de massa $3{,}983 \cdot 10^{-26}$ kg, s'accelera amb una diferència de potencial de 2,5 kV i es desvia amb un camp magnètic de 100 mT a l'interior d'un espectròmetre de masses.

a) **Trobeu el radi de la seva òrbita.**

De l'expressió $Q\,v\,B = \dfrac{m\,v^2}{R}$, aïllem el radi:

$$R = \frac{m\,v}{Q\,B} = \frac{P}{Q\,B}$$

Calculem la quantitat de moviment de la partícula a partir de l'energia cinètica fent les transformacions següents:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = Q \Delta V \rightarrow p = \sqrt{2 m Q \Delta V} \rightarrow$$

$$p = \sqrt{2 \cdot 3{,}983 \cdot 10^{-26} \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}5 \cdot 10^3} = 7{,}983 \cdot 10^{-21} \text{ kg·m/s}$$

Ara ja podem calcular el radi:

$$R = \frac{P}{QB} = \frac{7{,}983 \cdot 10^{-21}}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}1} = 0{,}249 \text{ m}$$

b) **Quina és la diferència entre els radis de les òrbites dels ions $^{26}Mg^{2+}$ i $^{24}Mg^{2+}$, si la relació entre les masses és 26/24?**

Establim la relació entre els radis combinant l'expressió anterior:

$$\frac{R}{R'} = \frac{\frac{m v}{QB}}{\frac{m' v}{QB}} = \frac{m}{m'}$$

$$R' = \frac{m' R}{m} = \frac{26 \cdot 0{,}249}{24} = 0{,}269$$

$$\Delta R = 0{,}269 - 0{,}249 = 0{,}02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

11. **Per un conductor rectilini de 3 m de longitud passa un corrent de 20 A. Quina força rep el conductor, quan hi actua un camp magnètic de 0,5 T perpendicular al conductor?**

Apliquem l'expressió per determinar la força d'un element lineal de corrent quan és sotmès a un camp magnètic extern:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

En mòdul, i sabent que el camp magnètic actua perpendicular, podem escriure:

$$F = I l B \sin \mu = 20 \cdot 3 \cdot 0{,}5 = 30 \text{ N}$$

12. **Determineu la força que rep el conductor de la figura 7.83, vectorialment i en mòdul, si la intensitat del camp és 0,4 T.**

Apliquem l'expressió $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$ en el segment de l'eix Y i apliquem la regla de la mà dreta:

$$\vec{F} = 10 \cdot 1 \cdot 0{,}4 \,\vec{i} = 4 \,\vec{i} \text{ N}$$

Pel segment de l'eix X és:

$$\vec{F} = 10 \cdot 2 \cdot 0{,}4 \,\vec{j} = 8 \,\vec{j} \text{ N}$$

La força total, vectorialment i en mòdul, que rep el conductor és:

$$\vec{F} = (4 \,\vec{i} + 8 \,\vec{j}) \text{ N} \rightarrow F = 8{,}94 \text{ N}$$

13. **Determineu la força que rep una espira de 5 cm de radi quan hi circula un corrent de 10 A en presència d'un camp magnètic uniforme de 0,2 T.**

Quan el circuit és tancat, la força neta que rep a causa del camp magnètic uniforme extern sempre és nul.

$$\vec{F} = \int I(d\vec{l} \times \vec{B}) = 0$$

14. **Calculeu la força que rep una porció d'un conductor rectilini (fig. 7.84), quan hi passa un corrent de 20 A en presència d'un camp magnètic de 0,2 T.**

Apliquem l'expressió $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$ en mòdul:

$F = I\,l\,B \sin \varphi = 20 \cdot 8 \cdot 0{,}2 \cdot \sin 60° = 27{,}7$ N

Apliquem la regla de la mà dreta per determinar-la vectorialment:

$27{,}7\,(-\vec{k}) = -27{,}7\,\vec{k}$

15. **Determineu la força que actua sobre cadascun dels segments del circuit triangular equilàter (fig. 7.85) i la força neta. La intensitat que circula és de 10 A i el camp magnètic és de 0,4 T i actua perpendicularment a la superfície del circuit. Expresseu els resultats segons el sistema de referència establert.**

Apliquem l'expressió $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$ a cada segment:

Segment *AB*:

$$\vec{F}_{AB} = 10 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}4 \end{vmatrix} = 8\,\vec{j}\ \text{N}$$

Segment *BC*:

$$\vec{F}_{BC} = 10 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 \cdot \cos 120° & 2 \cdot \sin 120° & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}4 \end{vmatrix} = (-6{,}93\,\vec{i} - 4\,\vec{j})\ \text{N}$$

Segment *CA*:

$$\vec{F}_{CA} = 10 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 \cdot \cos 60° & -2 \cdot \sin 60° & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}4 \end{vmatrix} = (6{,}93\,\vec{i} - 4\,\vec{j})\ \text{N}$$

Com era d'esperar, la força neta és nul·la, ja que el circuit és tancat:

$\vec{F}_{\text{neta}} = 0$

16. **Determineu la força que rep la porció d'un conductor rectilini *AB* (fig. 7.86), quan hi passa un corrent de 40 A en presència d'un camp magnètic uniforme de 0,5 $\vec{j}$ T.**

Utilitzem el mateix mètode que en el problema anterior:

$$\vec{F}_{AB} = 40 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 4 & 2 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \end{vmatrix} = (-40\,\vec{i} - 40\,\vec{k})\ \text{N}$$

En mòdul: $F = 56{,}6$ N

17. **Per un fil de coure rectilini molt llarg passa un corrent de 5 A. Calculeu el valor del camp magnètic en un punt que dista 5 cm del conductor.**

Quan per un conductor passa un corrent elèctric, aquest crea un camp magnètic la intensitat en mòdul del qual ve donada per l'expressió:

$$B = \frac{\mu_0\,I}{2\,\pi\,r} \rightarrow B = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}05} = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{T} = 0{,}2\ \text{G}$$

18. **Una anella de radi 12 cm està formada per 100 espires molt compactades. Quin camp crea en el seu centre quan hi passa un corrent de 5 A?**

El camp magnètic creat al centre d'una anella quan hi passa un corrent elèctric és:

$$B = \frac{\mu_0\, I\, N}{2\, r} = 2{,}62 \text{ mT}$$

19. **Dos conductors rectilinis molt llargs es creuen perpendicularment sense fer contacte entre ells. Per cadascun hi passa un corrent de 20 A. Calculeu el camp magnètic que hi ha en el punt *P* (fig. 7.87) i doneu el resultat segons el sistema de referència indicat.**

Apliquem per a cada conductor l'expressió $B = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, r}$, i amb la regla de la mà dreta determinem el resultat vectorialment:

$$\vec{B} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20\vec{k}}{2\cdot\pi\cdot 0{,}3} - \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20\vec{k}}{2\cdot\pi\cdot 0{,}1} = 0{,}266\,\vec{k}\text{ G}$$

20. **Calculeu el camp magnètic produït per dos conductors lineals paral·lels i molt llargs en els punts 1, 2 i 3 (figura 7.88). Utilitzeu la nomenclatura del punt i de la creu per indicar el sentit del camp.**

Punt 1: $B_1 = \dfrac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 40}{2\cdot\pi\cdot 0{,}1} + \dfrac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 25}{2\cdot\pi\cdot 0{,}1} = 1{,}3\cdot 10^{-4}\text{ T } (\times)$

Punt 2: $B_2 = \dfrac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 40}{2\cdot\pi\cdot 0{,}3} - \dfrac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 25}{2\cdot\pi\cdot 0{,}1} = 2{,}3\cdot 10^{-5}\text{ T } (\bullet)$

Punt 3: $B_3 = \dfrac{-4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 40}{2\cdot\pi\cdot 0{,}1} + \dfrac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 25}{2\cdot\pi\cdot 0{,}3} = 6{,}3\cdot 10^{-5}\text{ T } (\bullet)$

21. **Calculeu la intensitat de camp magnètic que es crea en el centre d'una circumferència de radi 8 cm quan pel conductor passa un corrent de 20 A (fig. 7.89).**

En el punt *P* el camp ve donat per la contribució de l'espira i del conductor rectilini.

El camp creat pel l'espira és: $B = \dfrac{\mu_0\, I\, N}{2\, r}$

El camp creat pel conductor és: $B = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, r}$

$$\Rightarrow B = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20}{2\cdot\pi\cdot 0{,}08} + \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20}{2\cdot 0{,}08} = 2{,}1\text{ G } (\bullet)$$

22. **Per una bobina de 2 000 voltes i de 20 cm de longitud passa un corrent de 10 A. Quin és el camp magnètic en el seu interior?**

El camp magnètic a l'interior d'una bobina és pràcticament constant i el seu valor ve donat per l'expressió:

$$B = \mu_0\, n\, I = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2\,000\cdot 10}{0{,}2} = 0{,}126\text{ T}$$

23. **Una espira rectangular de 4 cm de llargada i 2 cm d'amplada es troba en el si d'un camp magnètic uniforme de 0,7 T. Determineu el flux màxim que pot travessar l'espira.**

De la definició de flux magnètic, $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$, quan el camp magnètic és uniforme, tenim que el flux és màxim quan el factor trigonomètric és 1:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B\,S \cos\varphi = B\,S = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}7 = 5{,}6 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$$

24. **Un camp magnètic uniforme de mòdul 5 000 G forma un angle de 60° amb l'eix d'una bobina de 1 000 espires i 5 cm de radi. Trobeu el flux magnètic a través de la bobina.**

El flux magnètic per N espires és:

$$\Phi = N\vec{B} \cdot \vec{S}$$

$$\Phi = 0{,}5 \cdot 1\,000 \cdot \pi \cdot 0{,}052 \cdot \cos 60° = 1{,}96\ \text{Wb}$$

25. **Per una bobina de 2 000 espires, de longitud 15 cm i radi 2 cm, hi passa un corrent continu de 3 A. Determineu el flux que passa per cada espira i el flux total que passa a través de la bobina.**

El flux que passa per una bobina és:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \mu_0\, n\, I\, S = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2\,000}{0{,}15} \cdot 3 \cdot \pi \cdot 0{,}02^2 = 6{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb}$$

El flux total que passa per la bobina:

$$\Phi = 2\,000 \cdot 6{,}3 \cdot 10^{-5} = 0{,}126\ \text{Wb}$$

26. **En una bobina de 100 voltes, de 3 cm de radi i de 4 Ω de resistència, com ha de variar un camp magnètic per induir un corrent elèctric de 50 mA?**

Apliquem la llei de Faraday-Lenz, $\mathcal{E} = -N \dfrac{d\Phi}{dt}$, en valor absolut, i la llei d'Ohm, $\mathcal{E} = R\,I$:

$$N \frac{d\Phi}{dt} = R\,I \rightarrow 100 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = 0{,}002\ \text{Wb/s}$$

$$\Phi = N\,B\,S \rightarrow 0{,}002 = B \cdot \pi \cdot 0{,}03^2 \rightarrow B = 7{,}1 \cdot 10^{-1}\ \text{T}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0{,}71\ \text{T/s}$$

27. **A una bobina de 10 voltes i 2 cm de radi se li acosta un imant en direcció perpendicular a l'eix longitudinal de la bobina, i en una dècima de segon el camp magnètic passa de 0,2 T a 0,5 T. Suposant que el camp magnètic és pràcticament uniforme en tota la superfície de l'espira, determineu la fem induïda.**

Apliquem la llei de Faraday:

$$\mathcal{E} = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N \frac{\Delta B\,S}{\Delta t} = 10 \cdot \frac{(0{,}5 - 0{,}2) \cdot \pi \cdot 0{,}02^2}{0{,}1} = 0{,}038\ \text{V}$$

28. **Una espira rep un flux variable segons la funció**

$$\boldsymbol{\Phi(t) = (t^2 - 10\,t)\ \text{Wb}}$$

Determineu:

a) **La fem induïda en l'espira en funció del temps.**

Apliquem la llei de Faraday:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d(t^2 - 10\,t)}{dt} = (-2\,t + 10)\ \text{V}$$

b) **Quan el flux és nul, quina és la fem induïda en aquest moment?**

L'instant en què el flux és nul és quan:

$$t^2 - 10\,t = 0 \;\rightarrow\; \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

Per a $t = 0 \;\rightarrow\; \mathscr{E} = 10$ V

Per a $t = 10 \;\rightarrow\; \mathscr{E} = -10$ V

29. Un conductor lineal de longitud 30 cm es mou perpendicularment en el si d'un camp magnètic uniforme de 0,5 T a una velocitat de 20 m/s. Calculeu la ddp que hi ha entre els extrems del conductor i el camp elèctric en l'interior del conductor suposant que és gairebé constant.

La ddp entre els extrems del conductor quan es mou perpendicularment a un camp magnètic és: $\mathscr{E} = v\,B\,l$

Substituïm valors:

$$\mathscr{E} = 20 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 3 \text{ V}$$

El camp elèctric a l'interior del conductor es pot considerar pràcticament constant:

$$E = \frac{\Delta V}{l} = \frac{3}{0{,}3} = 10 \text{ N/C}$$

30. Una bobina de 500 voltes té una àrea de 5 cm². Gira al voltant del seu eix en presència d'un camp magnètic de 0,4 T. Quina ha de ser la freqüència de gir per tal de generar una fem màxima de 14 V?

La fem màxima d'un generador és:

$$\mathscr{E}_0 = N\,B\,S\,\omega$$

Substituint valors:

$$14 = 500 \cdot 0{,}4 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot \omega \;\rightarrow\; \omega = 140 \text{ rad/s}$$

que corresponen a una freqüència de:

$$f = \frac{\omega}{2\,\pi} = 22{,}3 \text{ Hz}$$

31. Una bombeta de 80 W s'endolla a 220 V eficaços. Calculeu:

a) **La intensitat eficaç i màxima.**

La potència dissipada per una bombeta és:

$$P = I_e\,\Delta V_e \;\rightarrow\; I_e = \frac{P}{\Delta V_e} = \frac{80}{220} = 0{,}36 \text{ A}$$

La intensitat màxima és:

$$I_0 = \sqrt{2}\,I_e = 0{,}51 \text{ A}$$

b) **La potència màxima dissipada.**

La potència màxima dissipada és:

$$P_0 = R\,I_0^2$$

La resistència és: $R = \dfrac{\Delta V}{I} = \dfrac{220}{0{,}36} = 605\ \Omega \;\rightarrow\; P = 160$ W

32. Una resistència de 20 Ω es connecta a un generador d'una fem màxima de 12 V i d'una freqüència de 60 Hz. Determineu la freqüència angular, la intensitat i la potència subministrada.

Coneixent la freqüència podem determinar la freqüència angular:

$\omega = 2\pi f = 2\pi\,60 = 377$ rad/s

Amb la llei d'Ohm calculem la intensitat màxima i eficaç:

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{R} = \frac{12}{20} = 0{,}6 \text{ A}$$

$$I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0{,}424 \text{ A}$$

Calculem la potència subministrada:

$$P_m = R\,I_e^2 = 20 \cdot 0{,}424^2 = 3{,}6 \text{ W}$$

33. Un radiador elèctric amb una potència de 2 kW s'endolla a una tensió de valor eficaç de 220 V. Determineu la resistència i la intensitat eficaç que hi circula.

La potència d'una resistència ve donada per l'expressió $P = V_e\, I_e \;\rightarrow$

$$I_e = \frac{P}{V_e} = \frac{2\,000}{220} = 9{,}091 \text{ A}$$

$$R = \frac{V_e}{I_e} = \frac{220}{9{,}091} = 24{,}2\ \Omega$$

34. Un transformador ideal i elevador té 10 espires en el primari i 500 en el secundari.

***a*) Si el primari es connecta a un voltatge eficaç de 12 V, quin és el voltatge en el secundari en circuit obert?**

Apliquem la relació espires amb la tensió:

$$\frac{\mathscr{E}_p}{\mathscr{E}_s} = \frac{n_p}{n_s} \rightarrow \frac{12}{\mathscr{E}_s} = \frac{10}{500} \rightarrow E_s = 600 \text{ V}$$

***b*) Si el corrent en el primari és de 20 A, quan val el corrent en el secundari?**

Calculem el corrent en el secundari:

$$\frac{\mathscr{E}_p}{\mathscr{E}_s} = \frac{I_s}{I_p} \rightarrow \frac{12}{600} = \frac{I_s}{20} \rightarrow I_s = 0{,}4 \text{ A}$$

35. Un transformador de 800 espires en el primari està connectat a una tensió eficaç de 120 V. En el secundari hi ha tres possibles sortides de 3 V, 15 V i 30 V. Determineu quantes espires ha de tenir cada part del secundari.

Apliquem la relació d'espires amb la tensió:

$$\frac{\mathscr{E}_p}{\mathscr{E}_s} = \frac{n_p}{n_s} \rightarrow \frac{120}{3} = \frac{800}{n_s} \rightarrow n_s = 20 \text{ espires}$$

$$\frac{120}{15} = \frac{800}{n_s} \rightarrow n_s = 100 \text{ espires}$$

$$\frac{120}{30} = \frac{800}{n_s} \rightarrow n_s = 202 \text{ espires}$$