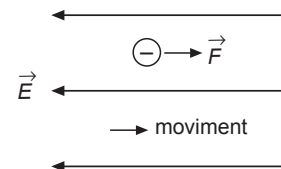


Camp elèctric

Qüestions

1. En deixar anar un electró en un punt, observem que es mou cap a la nostra dreta. Cap a on va dirigit el camp elèctric?

Recordem que el sentit del camp elèctric és el que seguiria una càrrega elèctrica positiva sotmesa a aquest camp. Per tant, en aquest cas, el camp elèctric va en sentit contrari, és a dir, cap a l'esquerra.



2. És cert que una càrrega sotmesa a un camp elèctric uniforme es mou amb una velocitat constant?

Quan una càrrega elèctrica està sota la influència d'un camp elèctric extern, rep una força constant donada per l'expressió:

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

Segons la 2a llei de Newton, una massa sotmesa a una força elèctrica constant, s'accelera segons l'expressió:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Així, la càrrega no es mourà amb moviment uniforme, sinó que es mourà amb una acceleració:

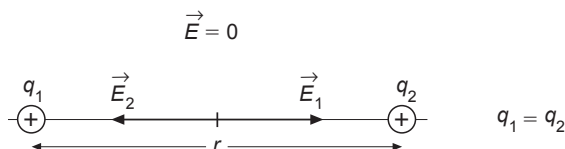
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{Q}{m}\vec{E}$$

3. La força de repulsió entre dues carrègues del mateix signe en un medi diferent de l'aire és més gran o més petita que en l'aire?

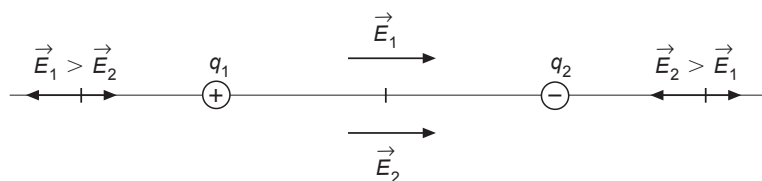
És més petita que en l'aire. La força entre les càrregues pren el valor màxim en el buit o aire. En altres medis, disminueix. Si consultem la taula 6.1 de la pàgina 170 del llibre, podem dir que, per exemple, en el medi vidre, la força disminueix en vuit vegades.

4. Dues càrregues iguals i del mateix signe es troben a una distància r . En quin punt s'anul·la el camp elèctric? I si són de signe contrari?

Si les càrregues són del mateix signe, el camp s'anul·la just en el punt mitjà del segment que les uneix.



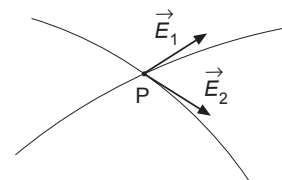
Si les càrregues són de signe contrari, no s'anul·len en cap punt de l'espai que les envolta.



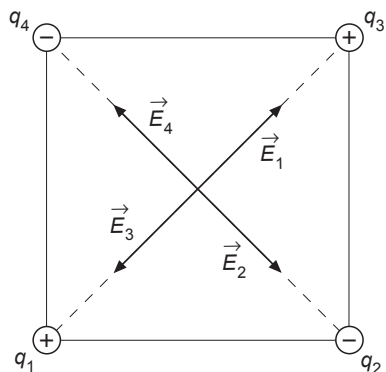
5. Es poden tallar dues línies de camp elèctric? Raoneu la resposta.

Les línies de camp elèctric no es poden tallar.

Si suposem que dues línies de camp elèctric es tallen en un punt P , aleshores podríem dibuixar dos vectors camp en el mateix punt P que tindrien direccions diferents.

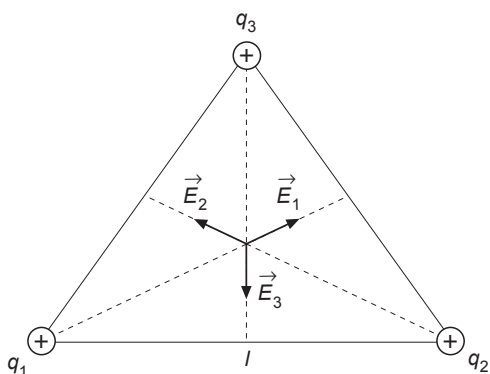


6. Si disposem de 4 càrregues iguals, dues de signe + i dues de signe -, com les posaríem en els vèrtexs d'un quadrat perquè en el seu centre el camp elèctric fos nul?



$$q_1 = |q_2| = q_3 = |q_4|$$

7. Tres càrregues iguals i de signe + es troben situades als vèrtexs d'un triangle equilàter de costat l . Quin és el camp elèctric al seu centre?



El camp elèctric en el seu centre és nul.

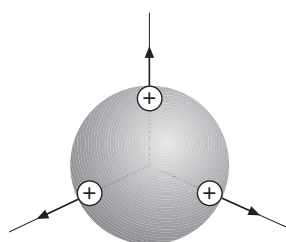
Les intensitats dels tres camps creats per les càrregues són de la mateixa intensitat, ja que es troben a la mateixa distància. La suma vectorial d'aquests vectors és zero.

$$q_1 = q_2 = q_3$$

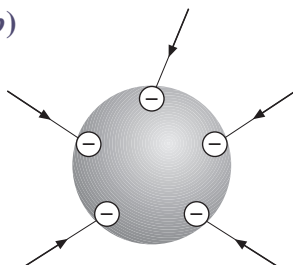
$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$$

8. Dibuixeu les línies de camp elèctric dels cossos carregats de la figura 6.50. Representeu una línia per a cada càrrega elèctrica.

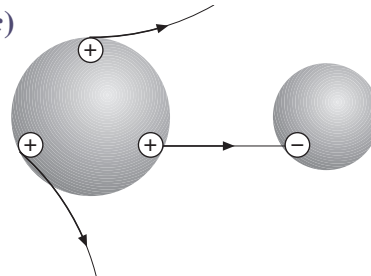
a)



b)



c)

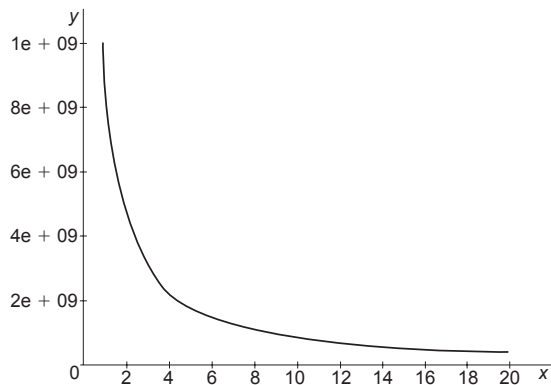


9. En aproximar dues càrregues del mateix signe, l'energia potencial augmenta o disminueix? I si són de signe contrari? Raoneu la resposta.

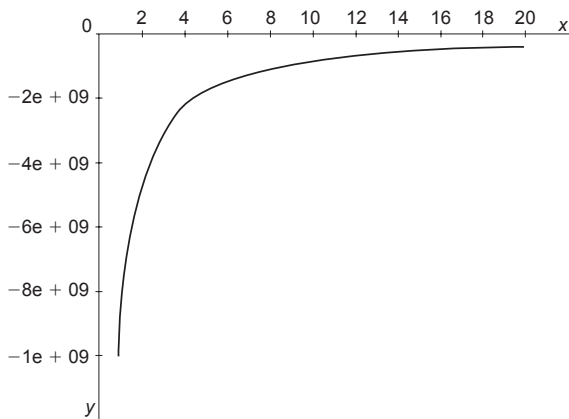
L'energia potencial entre dues càrregues, que suposem puntuals, ve donada per l'expressió:

$$E_p = K \frac{QQ'}{r}$$

Segons aquesta expressió, si són del mateix signe i les acostem, aleshores l'energia potencial augmenta. En la figura hi ha representada l'energia potencial de dues càrregues iguals d'1 C cadascuna en funció de la distància que les separa.



Si són de signe contrari i les acostem, l'energia potencial disminueix. En la figura hi ha representada l'energia potencial de dues càrregues iguals d'1 C i de signe contrari.



- 10. Quan dues càrregues positives se separen, el treball fet pel sistema és positiu o negatiu? I si són negatives?**

El treball fet pel sistema és:

$$W = -Q' (V_B - V_A) = -\Delta E_p = -\left(K \frac{QQ'}{r_f} - K \frac{QQ'}{r_i}\right)$$

Per tant, si les càrregues són positives i les separem, la variació d'energia potencial és negativa i, per tant, el treball és positiu.

Si les càrregues són negatives, arribem a la mateixa conclusió.

- 11. Per separar dues càrregues de signe contrari, el treball fet per una força externa és positiu o negatiu?**

El treball fet per les forces externes és:

$$W = Q' (V_B - V_A) = \Delta E_p = K \frac{QQ'}{r_f} - K \frac{QQ'}{r_i}$$

Per tant, el treball esmerçat dona positiu.

- 12. Què hem de fer per augmentar l'energia potencial d'un sistema de dues càrregues elèctriques de signe contrari?**

Acostar-les.

13. Segons la figura 6.51, la càrrega +Q està fixa. Responen si és cert o fals:

a) La càrrega -Q es mou de A cap a B augmentant l'energia potencial.

Si la càrrega Q' es mou de A cap a B, s'acosta cap a Q; i de l'expressió:

$$\Delta E_p = -\left(K \frac{Q Q'}{r_f} - K \frac{Q Q'}{r_i}\right)$$

deduïm que l'energia potencial del sistema disminueix.

b) La càrrega -Q es mou de A cap a B i el treball fet pel sistema és positiu.

Com que $W_{\text{sistema}} = -\Delta E_p$ i $\Delta E_p < 0 \Rightarrow W > 0$

c) La càrrega -Q es mou de A cap a C augmentant l'energia potencial.

Si la càrrega Q' es mou de A cap a C, s'allunya de Q; i de l'expressió:

$$\Delta E_p = -\left(K \frac{Q Q'}{r_f} - K \frac{Q Q'}{r_i}\right)$$

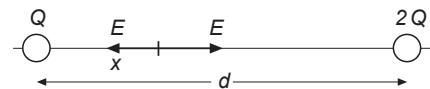
deduïm que l'energia potencial del sistema augmenta.

d) La càrrega -Q es mou de A cap a C i el treball fet per les forces externes és positiu.

Com que $W_{\text{forces externes}} = \Delta E_p$ i $\Delta E_p > 0 \Rightarrow W > 0$

14. Dues càrregues Q i 2Q es troben a una distància d. A quina distància de Q s'anul·la el camp?

S'anul·la en un punt interior del segment que uneix les càrregues i a una distància de Q de $\frac{d}{1 + \sqrt{2}}$.

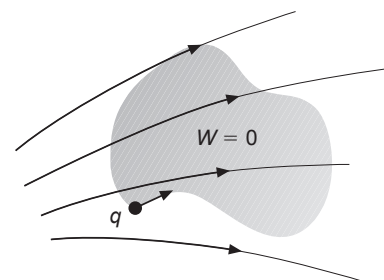


En efecte,

$$K \frac{Q}{x^2} - K \frac{2Q}{(d-x)^2} = 0 \rightarrow \frac{1}{x^2} - \frac{2}{(d-x)^2} = 0 \rightarrow \frac{d-x}{x} = \sqrt{2} \rightarrow x = \frac{d}{1 + \sqrt{2}}$$

15. Quin treball es realitza en moure una càrrega elèctrica per una trajectòria tancada en presència d'un camp elèctric extern?

Com que el camp elèctric és conservatiu, el treball realitzat en moure una càrrega elèctrica seguint una trajectòria tancada és zero.



16. No sabem com està distribuïda la càrrega en l'interior d'una esfera de radi R amb càrrega +Q. Podem acceptar que el potencial en un punt exterior $r > R$ és $V = K \frac{Q}{r}$? Raoneu la resposta.

Quan un cos té simetria esfèrica i està carregat elèctricament amb una quantitat Q, podem considerar, per a punts exteriors a l'esfera, que el potencial és igual al d'una càrrega puntual de valor Q situada al centre de l'esfera.

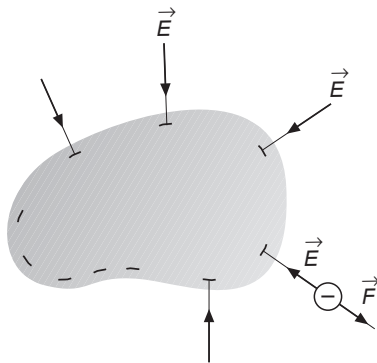
17. Una càrrega elèctrica + es mou en la mateixa direcció i sentit que la d'un camp elèctric uniforme passant de A cap a B. $V_B - V_A$ és positiu o negatiu? I si la càrrega es negativa? Raoneu les respostes.

Quan una càrrega elèctrica positiva es mou de A cap a B, sempre ho fa de potencials alts a potencials baixos; en conseqüència, en aquest cas tenim que $V_A > V_B$. Per tant, $V_B - V_A < 0$.

Si la càrrega és negativa, aleshores $V_B - V_A > 0$.

18. Un cos està carregat elèctricament amb signe - i disposem d'una càrrega puntual elèctrica també negativa. Si la deixem anar lliurement just en les proximitats de la superfície del cos, en quina direcció i sentit es mourà?

El camp elèctric creat pel cos carregat negativament va dirigit perpendicularment a la superfície des de fora cap a dins.



En situar una càrrega puntual en les proximitats de la superfície del cos, aquesta rep una força en sentit contrari al camp elèctric i és rebutjada cap a fora en direcció perpendicular a la superfície.

19. Una esfera de radi R carregada amb una càrrega Q crea un camp elèctric en $r > R$ de valor $E = K \frac{Q}{r^2}$. És correcta aquesta afirmació?

Com en la qüestió 16, per a punts exteriors a l'esfera, també podem considerar que el camp elèctric correspon al d'una càrrega puntual situada al centre de l'esfera.

20. El camp elèctric en un punt interior d'una esfera de radi R i carregada amb una càrrega Q és zero. Aquesta afirmació és correcta?

No sempre és certa.

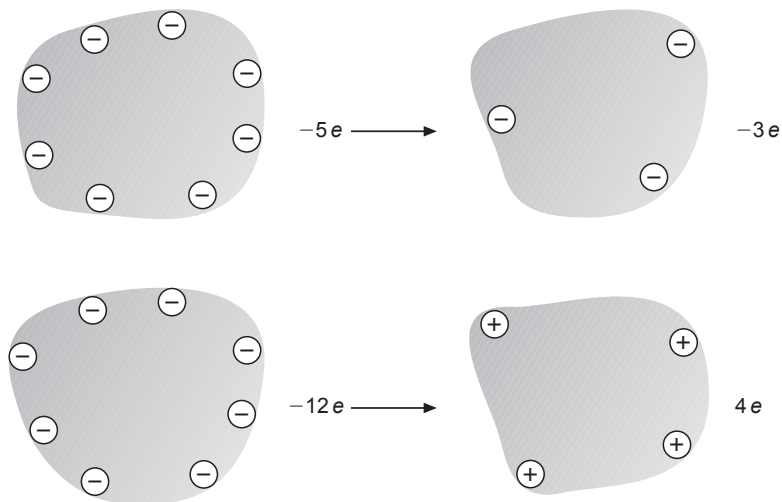
Si l'esfera és conductora, la càrrega es distribueix en la superfície i el camp elèctric en un punt qualsevol interior certament és zero. Però si no és conductora, aleshores la càrrega es distribueix en el seu interior i fa que el camp elèctric sigui diferent de zero.

Problemes

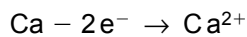
1. Si s'extreuen 5 electrons d'un cos elèctricament neutre, en quin estat elèctric queda el cos?

Quan diem que un cos es troba en un estat elèctricament neutre, hem d'entendre que conté el mateix nombre de càrregues positives que negatives. Per tant, si n'extraïem 5 electrons, el cos quedarà carregat amb una càrrega de $+5e$.

2. D'un cos carregat amb 8 electrons s'extreuen 5 electrons, en quin estat elèctric queda el cos? I si se n'extreuen 12 electrons?



3. A un àtom de Ca li traiem 2 electrons, en quin estat elèctric queda?



4. Un cos es carrega per fricció fins aconseguir una càrrega de +20 nC. Quina quantitat d'electrons se li han tret?

$$20 \text{ nC} \cdot \frac{1 \text{ C}}{10^9 \text{ nC}} \cdot \frac{1e}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,25 \cdot 10^{11} e$$

5. Dues càrregues de +40 μC i -60 μC es troben a una distància de 20 cm. Calculeu la força d'atracció quan el medi que les envolta és:

Apliquem la llei de Coulomb en mòdul per a cada cas:

$$F = K \frac{Q Q'}{r^2}$$

- a) El buit.

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(40 \cdot 10^{-6}) \cdot (-60 \cdot 10^{-6})}{0,2^2} = -540 \text{ N}$$

El signe menys indica que les forces entre càrregues són atractives.

- b) L'aigua.

Si consulteu la taula 6.1 de la pàgina 170 del llibre, veiem que quan les càrregues es troben en el medi aigua, les forces d'atracció minven en 81 vegades respecte del buit:

$$F = \frac{-540}{81} = -6,67 \text{ N}$$

- c) El vidre.

En el vidre:

$$F = \frac{-540}{8} = -67,5 \text{ N}$$

6. Dues càrregues iguals es repel·leixen amb una força de +50 N quan es troben a una distància de 2 m i en un medi oli. Quin és el valor de la càrrega?

Apliquem la llei de Coulomb en mòdul, $F = K \frac{Q Q'}{r^2}$, i tenint en compte la taula 6.1, podem escriure:

$$50 = \frac{9 \cdot 10^9}{2} \cdot \frac{Q^2}{2^2} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{400}{9 \cdot 10^9}} = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

7. Dues càrregues una triple que l'altra es troben a una distància de 2 m i es repel·leixen amb una força de 5000 N. Determineu el valor de cada càrrega.

Apliquem la llei de Coulomb en mòdul, $F = K \frac{Q Q'}{r^2}$:

$$5000 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3Q^2}{2^2} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{27 \cdot 10^9}} = 8,61 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

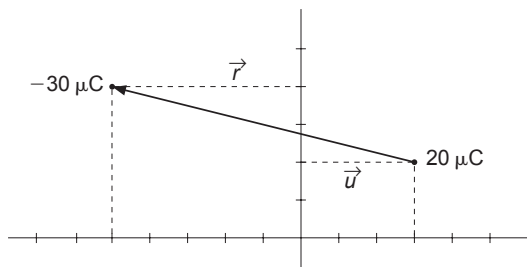
L'altra càrrega serà de $2,58 \cdot 10^{-3} \text{ C}$.

8. Dues càrregues del mateix valor però de signe contrari de 40 mC s'atrauen amb una força de 100 N en un medi aigua. A quina distància es troben?

Si apliquem la llei de Coulomb en mòdul, $F = K \frac{Q Q'}{r^2}$, i tenim en compte la taula 6.1, podem escriure:

$$-100 = \frac{9 \cdot 10^9}{81} \cdot \frac{-(40 \cdot 10^{-3})^2}{r^2} \rightarrow r = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot (40 \cdot 10^{-3})^2}{81 \cdot 1000}} = 42,2 \text{ m}$$

9. Dues càrregues de $20 \mu\text{C}$ i $-30 \mu\text{C}$ estan situades en els punts (3, 2) i (-5, 4) respectivament. Calculeu la força que actua sobre la càrrega negativa i expresseu el resultat vectorialment i en mòdul.



Apliquem la llei de Coulomb en forma vectorial:

$$\vec{F} = K \frac{Q Q'}{r^2} \vec{u}$$

Troblem el vector posició de la càrrega negativa respecte de la positiva:

$$\vec{r} = (-5, 4) - (3, 2) = (-8, 2)$$

El vector unitari que dirigeix a \vec{r} és:

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{(-8, 2)}{\sqrt{(-8)^2 + 2^2}} = \frac{(-8, 2)}{\sqrt{68}}$$

Per tant, la força és:

$$\vec{F} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(20 \cdot 10^{-6}) \cdot (-30 \cdot 10^{-6})}{68} \cdot \frac{(-8, 2)}{\sqrt{68}} = 0,077 \vec{i} - 0,019 \vec{j}$$

El seu mòdul és:

$$F = \sqrt{0,077^2 + (-0,019)^2} = 0,079 \text{ N}$$

- 10. Una càrrega de +20 nC està sotmesa a una força de 5 N. Quina és la intensitat de camp elèctric que rep?**

Quan una càrrega elèctrica està sotmesa a un camp elèctric, rep una força donada per l'expressió $\vec{F} = Q\vec{E}$.

En mòdul: $5 = 2 \cdot 10^{-9} E \rightarrow E = 2,5 \cdot 10^8 \text{ N/C}$ i té la mateixa direcció i sentit que la força.

- 11. Sobre una càrrega de +20 nC i massa 8 g actua un camp elèctric uniforme de $5 \cdot 10^4 \text{ N/C}$. Suposant negligible l'efecte gravitatori, amb quina acceleració es mou? Amb quina velocitat va al cap d'1 s? Quin espai ha recorregut?**

Si suposem que la càrrega es mou en la direcció de l'eix X, amb l'expressió $\vec{F} = Q\vec{E}$ calculeu la força:

$$\vec{F} = 20 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^4 = 10^{-3} \vec{i} \text{ N}$$

Amb la 2a llei de Newton, calculem l'acceleració:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{10^{-3} \vec{i}}{8 \cdot 10^{-3}} = 0,125 \vec{i} \text{ m/s}^2$$

La velocitat al cap d'1 s és:

$$\vec{v} = \vec{a} t = 0,125 \vec{i} \cdot 1 = 0,125 \vec{i} \text{ m/s}$$

L'espai recorregut és:

$$x = \frac{1}{2} \cdot 0,125 \vec{i} \cdot 1^2 = 0,0625 \vec{i} \text{ m}$$

- 12. Calculeu el camp elèctric d'una càrrega puntual de +20 nC a una distància de 5 cm. Quina força rep una càrrega de -5 mC situada en aquest punt?**

El camp elèctric creat per una càrrega elèctrica puntual és, en mòdul,

$$E = K \frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9}}{0,05^2} = 7,2 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Per tant, la força que rep una càrrega elèctrica de -5 mC situada en aquest punt és, en mòdul,

$$F = QE = -5 \cdot 10^{-3} \cdot 7,2 \cdot 10^4 = -360 \text{ N}$$

La força actua en el sentit contrari al camp.

- 13. Una càrrega elèctrica de +50 nC està envoltada d'aigua. Quin és el camp elèctric a una distància de 30 cm de la càrrega?**

En mòdul, el camp elèctric en el buit és:

$$E = K \frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{50 \cdot 10^{-9}}{0,3^2} = 5 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Consultant la taula 6.1, $\epsilon_{\text{aigua}} = 81 \epsilon_0$. Per tant, en l'aigua el camp elèctric és:

$$E = \frac{5 \cdot 10^3}{81} = 61,7 \text{ N/C}$$

14. Una càrrega $+Q$ crea un camp de $2 \cdot 10^4$ N/C a una distància de 2 m d'aquesta. Quina càrrega Q' cal afegir a Q perquè el camp sigui de $3 \cdot 10^4$ N/C en el mateix punt?

$$\left. \begin{aligned} 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{2^2} &= 2 \cdot 10^4 \text{ N/C} \\ 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q + Q'}{2^2} &= 3 \cdot 10^4 \text{ N/C} \end{aligned} \right\}$$

De la primera equació, trobem el valor de Q :

$$Q = 8,89 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8,89 \cdot 10^{-6} + Q'}{2^2} = 3 \cdot 10^4 \rightarrow Q' = 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 4,4 \mu\text{C}$$

15. Una càrrega $+Q$ crea un camp de $2 \cdot 10^4$ N/C a una distància de 3 m d'aquesta. Quina càrrega Q' cal afegir a Q perquè el camp sigui de 10^4 N/C en el mateix punt?

$$\left. \begin{aligned} 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{3^2} &= 2 \cdot 10^4 \text{ N/C} \\ 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q + Q'}{3^2} &= 10^4 \text{ N/C} \end{aligned} \right\}$$

De la primera equació, trobem el valor de Q :

$$Q = 2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5} + Q'}{3^2} = 10^4 \rightarrow Q' = -10^{-5} \text{ C} = -10 \mu\text{C}$$

16. Supposeu una càrrega de $+20$ nC fixa i una de $+1$ C i de massa 2 kg mòbil. Amb quines acceleracions es mourà quan es trobin a les distàncies:

El camp creat per la càrrega fixa a una distància r és: $E = K \frac{Q}{r^2}$:

La força que rep la càrrega mòbil és $F = QE$.

$$\text{L'acceleració és: } a = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m} = \frac{K \frac{QQ'}{r^2}}{m}:$$

- a) 0,5 m.

$$a = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{0,5^2}}{2} = 360 \text{ m/s}^2$$

- b) 1 m.

$$a = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{1^2}}{2} = 90 \text{ m/s}^2$$

- c) 2 m.

$$a = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{2^2}}{2} = 22,5 \text{ m/s}^2$$

d) 10 m de la càrrega fixa.

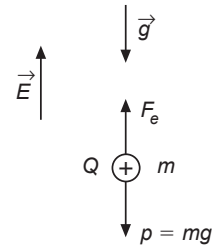
$$a = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{10^2}}{2} = 0,9 \text{ m/s}^2$$

La direcció de les acceleracions és la recta que uneix les càrregues, i allunyant-se de la càrrega de 20 nC.

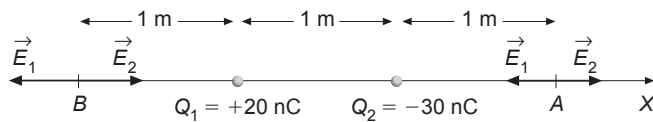
17. Quina ha de ser la intensitat de camp elèctric que ha d'actuar sobre una càrrega esfèrica de massa 100 g carregada amb 20 nC perquè es mantingui en equilibri amb la força gravitatòria (pes)? Dada: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Si igualem la força gravitatòria amb l'elèctrica, tenim:

$$mg = QE \rightarrow E = \frac{mg}{Q} = \frac{0,1 \cdot 9,8}{20 \cdot 10^{-9}} = 4,9 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$



18. Calculeu el camp en A i en B on Q_1 i Q_2 són càrregues puntuals (fig. 6.52).



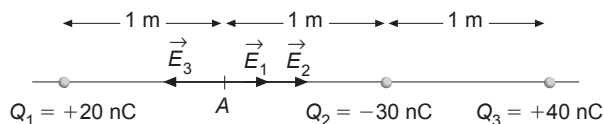
En A tenim que: $E = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^{-9}}{2^2} - \frac{30 \cdot 10^{-9}}{1^2} \right) = -225 \text{ N/C}$

Actua en sentit cap a l'esquerra.

En B tenim que: $E = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(-\frac{20 \cdot 10^{-9}}{1^2} + \frac{30 \cdot 10^{-9}}{2^2} \right) = -112,5 \text{ N/C}$

El seu sentit també és cap a l'esquerra.

19. Calculeu el camp en A si Q_1 , Q_2 i Q_3 són càrregues puntuals (fig. 6.53). Quina força rep una càrrega puntual de -5 mC situada en A?



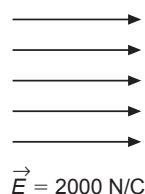
En la figura s'indiquen els camps creats en el punt A per les càrregues puntuals.

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^{-9}}{1^2} + \frac{30 \cdot 10^{-9}}{1^2} - \frac{40 \cdot 10^{-9}}{2^2} \right) = 360 \text{ N/C cap a la dreta.}$$

La força que rep la càrrega és:

$$F = QE = -5 \cdot 10^{-3} \cdot 360 = 1,8 \text{ N cap a l'esquerra.}$$

20. En un camp uniforme d'intensitat $E = 2000 \text{ N/C}$ es llança un protó amb una velocitat de 10^5 m/s en sentit contrari al camp. Quina distància recorre com a màxim fins a parar-se?



Calculem la força i l'acceleració sobre el protó:

$$F = QE = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^3 = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ N}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3,2 \cdot 10^{-16}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 1,92 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2$$

Calculem el temps que triga fins que es para:

$$v = v_0 + at \rightarrow t = \frac{10^5}{1,92 \cdot 10^{11}} = 5,21 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

L'espai recorregut fins que es para és:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x = -10^5 \cdot 5,21 \cdot 10^{-7} + \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 10^{11} \cdot (5,21 \cdot 10^{-7})^2 = -0,026 \text{ m}$$

És a dir, que el protó és desplaçarà 0,026 m cap a l'esquerra.

21. Dues càrregues de 30 nC i 60 nC es troben a una distància de 2 cm. A quina distància de la primera s'anul·la el camp?

Com que són del mateix signe, només es poden anul·lar en un punt del segment que uneix les càrregues.

Anomenem x la distància a la primera càrrega on s'anul·la el camp. Apliquem la condició $\sum \vec{E} = 0$:

$$K \cdot \frac{30}{x^2} - K \cdot \frac{60}{(2-x)^2} = 0 \rightarrow \frac{(2-x)^2}{x^2} = 2 \rightarrow \frac{2-x}{x} = \sqrt{2} \rightarrow x = \frac{2}{1+\sqrt{2}} = 0,828 \text{ cm}$$

Cal adonar-se que com que es tracta d'una equació homogènia hem utilitzat unitats no internacionals per facilitar el càlcul.

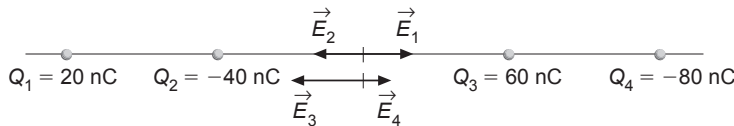
22. Un camp elèctric uniforme està dirigit verticalment cap amunt, $E = 20\,000 \text{ N/C}$ i hi col·loquem una càrrega Q positiva i de massa 5 g. Quin és el valor de Q perquè l'efecte gravitatori anul·li l'efecte elèctric?

Com el problema 17, hem d'igualar les forces gravitatòria i elèctrica.

$$mg = QE \rightarrow 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 = Q \cdot 2 \cdot 10^4 \rightarrow Q = 2,45 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 2,45 \mu\text{C}$$

23. Calculeu:

Indiquem en el punt P els sentits dels camps creats per les càrregues puntuals:



a) El camp en P de la distribució de càrregues elèctriques de la figura 6.54.

Calculem el camp total en P :

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^{-9}}{2^2} - \frac{40 \cdot 10^{-9}}{1^2} - \frac{60 \cdot 10^{-9}}{1^2} - \frac{80 \cdot 10^{-9}}{2^2} \right) = -675 \text{ N/C}$$

b) La força que rep una càrrega de 30 mC situada a P .

Una càrrega puntual de 30 mC situada a P rep una força:

$$F = -675 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 0,02 \text{ N cap a l'esquerra.}$$

24. Calculeu el potencial que crea una càrrega puntual de 60 nC en un punt A que dista 9 m.

El potencial creat per una càrrega puntual a una distància r és $V = K \frac{Q}{r}$.

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-9}}{9} = 60 \text{ V}$$

25. Quan els cossos es carreguen fins que creen un camp elèctric a la superfície de $3 \cdot 10^6$ N/C, que anomenem *camp de ruptura*, es descarreguen elèctricament amb l'aire que els envolta ja que l'aire s'ionitza i facilita la descàrrega. Calculeu la càrrega i el potencial a la superfície d'una esfera de radi 5 cm perquè es produeixi la descàrrega amb l'aire.

La càrrega que ha de tenir l'esfera perquè es produeixi la descàrrega és:

$$3 \cdot 10^6 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{0,05^2} \rightarrow Q = 8,33 \cdot 10^{-7} \text{ N/C}$$

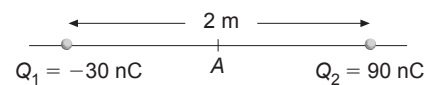
El potencial creat amb aquesta càrrega és:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8,33 \cdot 10^{-7}}{0,05} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ V}$$

26. Calculeu el potencial en A de la distribució de càrregues puntuals de la figura 6.55.

El potencial en A de la distribució de càrregues puntuals és:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{-30 \cdot 10^{-9}}{0,5} + \frac{90 \cdot 10^{-9}}{1,5} \right) = 0 \text{ V}$$



27. Tres càrregues puntuals de $20 \mu\text{C}$, $-30 \mu\text{C}$ i $50 \mu\text{C}$ es troben situades en els punts A(0, 0); B(3, 4) i C(-8, 15) respectivament. Calculeu el potencial en el punt P(-2, -4).

$$Q_1 = 20 \mu\text{C}$$

$$Q_2 = -30 \mu\text{C}$$

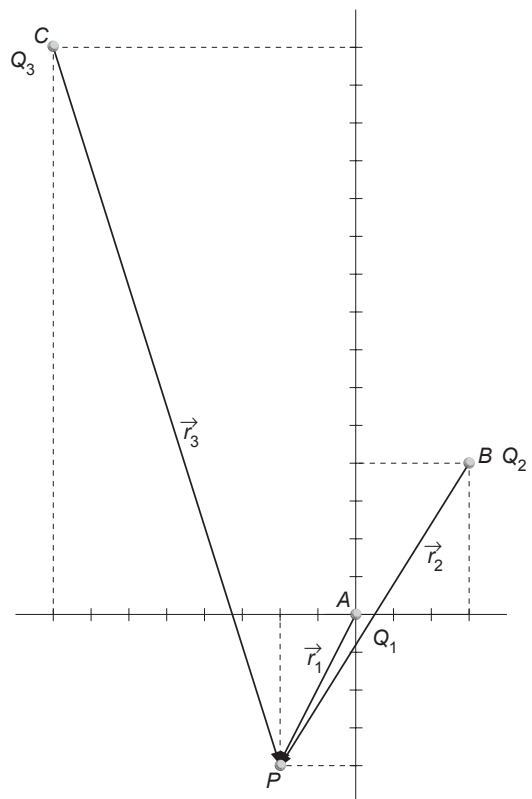
$$Q_3 = 50 \mu\text{C}$$

Calculem la distància de cada càrrega al punt P:

$$\vec{r}_1 = (-2, -4) \rightarrow r_1 = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_2 &= (-2, -4) - (3, 4) = (-5, -8) \rightarrow \\ &\rightarrow r_2 = \sqrt{(-5)^2 + (-8)^2} = \sqrt{89} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_3 &= (-2, -4) - (-8, 15) = (6, -19) \rightarrow \\ &\rightarrow r_3 = \sqrt{6^2 + (-19)^2} = \sqrt{397} \end{aligned}$$



El potencial a P és:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{20}} + \frac{-30 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{89}} + \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{397}} \right) = 3,42 \cdot 10^4 \text{ V}$$

28. Calculeu el potencial en el vèrtex lliure A dels triangles de la figura 6.56.

$$a) V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^{-9}}{3} + \frac{-50 \cdot 10^{-9}}{3} \right) = -90 \text{ V}$$

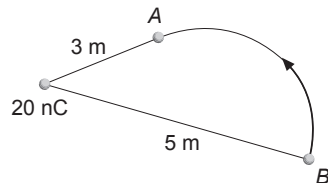
$$b) V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^{-9}}{5} + \frac{50 \cdot 10^{-9}}{4} \right) = 148,5 \text{ V}$$

c) Calculem prèviament la distància de les càrregues al punt A:

$$\cos 80^\circ = \frac{0,5}{d} \rightarrow d = 2,88$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{30 \cdot 10^{-9}}{2,88} + \frac{30 \cdot 10^{-9}}{2,88} \right) = 187,5 \text{ V}$$

29.



a) Calculeu el potencial d'una càrrega puntual de 20 nC en un punt situat a una distància de 3 m de la càrrega.

Potencial en A:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9}}{3^2} = 60 \text{ V}$$

b) En quin punt el potencial és zero?

Perquè el potencial creat per la càrrega sigui nul, cal allunyar-se fins a l'infinit.

c) Quin treball hem de fer per portar una càrrega de 2 C des de l'infinit fins a A?

El treball fet per les forces externes en desplaçar una càrrega Q és:

$$W = Q \Delta V = 2 \cdot (60 - 0) = 120 \text{ J}$$

d) I si es porta des de B fins a A, on B es troba a 5 m de la càrrega?

Calculem prèviament el potencial a B:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9}}{5} = 36 \text{ V}$$

$$W = Q \Delta V = 2 \cdot (60 - 36) = 48 \text{ J}$$

e) I des de A fins a B?

$$W = Q \Delta V = 2 \cdot (36 - 60) = -48 \text{ J}$$

30. Calculeu el potencial al centre d'un triangle equilàter com el de la figura 6.57.

Sigui d la distància de cada càrrega al centre del triangle. El potencial en aquest punt és:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^{-9}}{d} + \frac{10 \cdot 10^{-9}}{d} + \frac{-30 \cdot 10^{-9}}{d} \right) = 0 \text{ V}$$

31. a) Calculeu l'energia potencial del sistema de dues càrregues puntuals de $2 \mu\text{C}$ i $-4 \mu\text{C}$ separades per una distància d'1 m.

L'energia potencial de dues càrregues puntuals ve donada per l'expressió $E_p = K \frac{QQ'}{r^2}$.

$$E_p = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-6}) \cdot (-4 \cdot 10^{-6})}{1} = -0,072 \text{ J}$$

b) **Quin treball cal fer sobre el sistema per separar-les a una distància molt gran?**

El treball fet pel sistema és:

$$W_{\text{sistema}} = -\Delta E_p = -(E_{pA} - E_{p\infty}) = 0,072 \text{ J}$$

32. **Es llança una càrrega $Q = 200 \text{ mC}$ i de massa 2 g amb una velocitat de $2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ en sentit contrari a un camp elèctric uniforme de $5 \cdot 10^4 \text{ N/C}$. Quina ddp supera? Quina distància recorre fins que s'atura?**

Com que es tracta d'un camp conservatiu, tenim que:

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0 \rightarrow \Delta E_p = -\Delta E_c = -\left(0 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (2 \cdot 10^4)^2\right) = 4 \cdot 10^5 \text{ J}$$

La ddp que supera és:

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{Q} = \frac{4 \cdot 10^5}{200 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^6 \text{ V}$$

El camí recorregut és:

$$\Delta V = -E \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{-\Delta V}{E} = \frac{-2 \cdot 10^6}{-5 \cdot 10^4} = 40 \text{ m}$$

33. **Un camp elèctric uniforme actua sobre una càrrega de 20 mC i de massa 1 cg . La càrrega parteix del repòs i es deixa anar lliurement, i en recórrer 4 m aconsegueix una velocitat de 500 m/s . Quin és el mòdul de la intensitat de camp elèctric?**

Calculem la variació de l'energia cinètica:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5} \cdot 500^2 = 1,25 \text{ J} \Rightarrow \Delta E_p = -1,25 \text{ J}$$

La ddp que supera és:

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{Q} = \frac{-1,25}{20 \cdot 10^{-3}} = -62,5 \text{ V}$$

La intensitat del camp elèctric és:

$$E = \frac{-\Delta V}{\Delta x} = \frac{62,5}{4} = 15,625 \text{ N/C}$$

34 **El potencial d'una càrrega puntual en un punt A és 500 V i el camp elèctric 200 N/C .**

a) **A quina distància es troba A de la càrrega?**

Plantegem el sistema següent:

$$\left. \begin{array}{l} K \frac{Q}{r} = 500 \\ K \frac{Q}{r^2} = 200 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{K \frac{Q}{r}}{K \frac{Q}{r^2}} = \frac{5}{2} \rightarrow r = 2,5 \text{ m}$$

b) **Quin és el valor de la càrrega?**

Troblem la càrrega per substitució en la primera equació:

$$K \frac{Q}{r} = 500 \rightarrow Q = \frac{500 r}{K} = \frac{500 \cdot 2,5}{9 \cdot 10^9} = 1,389 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 138,9 \text{ nC}$$

- c) **Quin treball cal fer portar una càrrega de 50 mC des de A fins a 3 cm de la càrrega?**

Calculem prèviament el potencial a una distància de 3 cm:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{138,9 \cdot 10^{-9}}{0,03} = 41\,670 \text{ V}$$

$$W_{\text{forces externes}} = Q \Delta V = 50 \cdot 10^{-3} \cdot (41\,670 - 500) = 2\,058,5 \text{ J}$$

35. **Es deixa anar lliurement Q' des de A fins a B segons la figura 6.58.**

- a) **Quina és la variació de l'energia potencial?**

$$\Delta E_p = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-20 \cdot 10^{-9} \cdot 300 \cdot 10^{-3}}{3} - 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-20 \cdot 10^{-9} \cdot 300 \cdot 10^{-3}}{4} = -4,5 \text{ J}$$

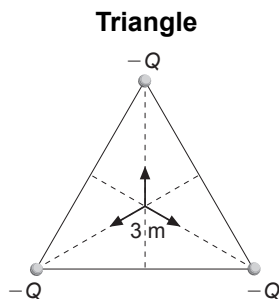
- b) **Quina energia cinètica té quan passa per B, suposant que en A està en repòs?**

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = 4,5 \text{ J}$$

- c) **Amb quina velocitat passa per B?**

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot v^2 = 4,5 \rightarrow v = \sqrt{\frac{9}{5 \cdot 10^{-3}}} = 42,4 \text{ m/s}$$

36. **Calculeu el camp i el potencial en el centre de cada una de les distribucions de càrregues de la figura 6.59. La càrrega $Q = 1 \text{ nC}$.**

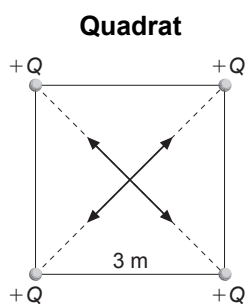


Per simetria, el camp elèctric és nul.

Prèviament, calculem la distància de les càrregues al centre:

$$r = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3^2 - 1,5^2} = \sqrt{3} = 1,73 \text{ m}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-10^{-7}}{\sqrt{3}} \cdot 3 = -1\,558,8 \text{ V}$$

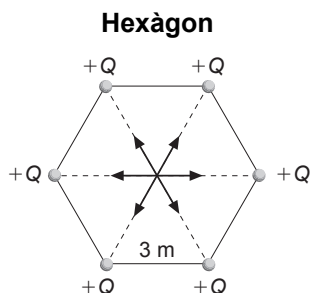


Per simetria, el camp elèctric és nul.

Prèviament, calculem la distància de les càrregues al centre:

$$r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2} = 2,12 \text{ m}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-7}}{2,12} \cdot 4 = 1\,697,1 \text{ V}$$



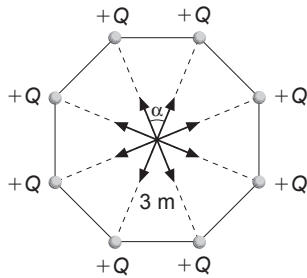
Per simetria, el camp elèctric és nul.

Calculem la distància de les càrregues al centre:

$$r = 3 \text{ m}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-7}}{3} \cdot 6 = 1\,800 \text{ V}$$

Octògon



Per simetria, el camp elèctric és nul.

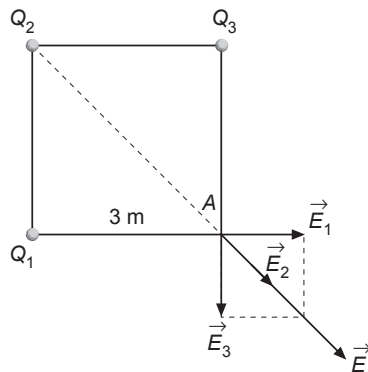
Calculem la distància de les càrregues al centre:

$$\alpha = \frac{360}{16} = 22,5^\circ ; \sin 22,5^\circ = \frac{1,5}{r} \rightarrow r = 3,92 \text{ m}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-7}}{3,92} \cdot 8 = 1836,9 \text{ V}$$

37. Calculeu el camp elèctric en mòdul i el potencial en el vèrtex lliure A de cadascuna de les distribucions de la figura 6.60.

Quadrat



Calculem el camp elèctric en mòdul:

$$E_1 = E_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-7}}{3^2} = 200 \text{ N/C}$$

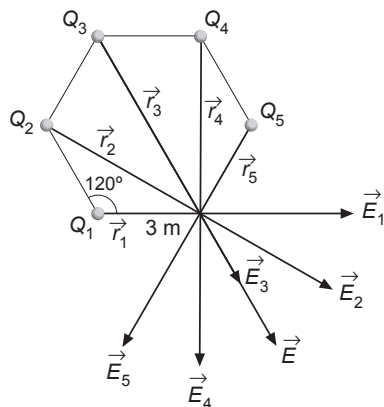
$$E_{13} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2 \cdot 200^2} = 200 \sqrt{2} = 282,8 \text{ N/C}$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-7}}{18} = 100 \text{ N/C}$$

$$E = E_{13} + E_2 = 382,8 \text{ N/C}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-7}}{3} + \frac{2 \cdot 10^{-7}}{\sqrt{18}} + \frac{2 \cdot 10^{-7}}{3} \right) = 1624,3 \text{ V}$$

Hexàgon



Prèviament, calculem els vectors indicats a la figura:

$$r_2 = r_4 = \sqrt{3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3^2 \cdot \cos 120^\circ} = 5,196 \text{ m}$$

Calculem el camp elèctric en mòdul:

$$E_1 = E_5 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-9}}{9} = 200 \text{ N/C}$$

$$E_2 = E_4 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-9}}{27} = 66,67 \text{ N/C}$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-9}}{36} = 50 \text{ N/C}$$

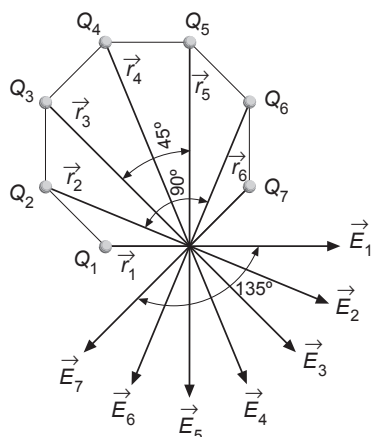
$$E = E_{15} + E_{24} + E_3 = \sqrt{200^2 \cdot 2 - 2 \cdot 200^2 \cdot \cos 120^\circ} =$$

$$= \sqrt{66,67^2 \cdot 2 - 2 \cdot 66,67^2 \cdot \cos 60^\circ} + 50 = 463,1 \text{ N/C}$$

Calculem el potencial:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{200 \cdot 10^{-9}}{3} \cdot 2 + \frac{200 \cdot 10^{-9}}{5,196} \cdot 2 + \frac{200 \cdot 10^{-9}}{6} \right) = 2192,8 \text{ V}$$

Octàgon



Calculem prèviament els vectors indicats a la figura:

$$r_2 = r_6 = \sqrt{3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3^2 \cdot \cos 135^\circ} = 5,5433 \text{ m}$$

$$r_3 = r_5 = \sqrt{3^2 + 5,5433^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5,5433 \cdot \cos 112,5^\circ} = 7,2427 \text{ m}$$

$$r_4 = \frac{3}{\cos 67,5} = 7,8394 \text{ m}$$

Calculem el camp elèctric en mòdul:

$$E_1 = E_7 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-9}}{9} = 200 \text{ N/C}$$

$$E_2 = E_6 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-9}}{5,5433^2} = 58,58 \text{ N/C}$$

$$E_3 = E_5 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-9}}{7,2427^2} = 34,31 \text{ N/C}$$

$$E_4 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-9}}{7,8394^2} = 29,29 \text{ N/C}$$

$$E = E_{17} + E_{26} + E_4 = \sqrt{200^2 \cdot 2 - 2 \cdot 200^2 \cdot \cos 135^\circ} + \sqrt{58,58^2 \cdot 2 - 2 \cdot 58,58^2 \cdot \cos 90^\circ} + \sqrt{34,31^2 \cdot 2 - 2 \cdot 34,31^2 \cdot \cos 45^\circ} + 29,29 = 369,55 + 82,84 + 26,26 + 29,29 = 508 \text{ N/C}$$

Calculem el potencial:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{200 \cdot 10^{-9}}{3} \cdot 2 + \frac{200 \cdot 10^{-9}}{5,5433} \cdot 2 + \frac{200 \cdot 10^{-9}}{7,2427} \cdot 2 + \frac{200 \cdot 10^{-9}}{7,8394} \right) = 2576 \text{ V}$$

- 38.** Dues càrregues de valors $20 \mu\text{C}$ i $-40 \mu\text{C}$ estan separades una distància de 5 cm. Calculeu el treball que han de realitzar les forces externes per separar-les fins a 8 cm.

$$W_{\text{forces externes}} = \Delta E_p = 9 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot (-40 \cdot 10^{-6}) \cdot \left(\frac{1}{0,08} - \frac{1}{0,05} \right) = 54 \text{ J}$$

- 39.** Quin treball cal fer per separar dues càrregues de 2 mC i -6 mC respectivament, des d'1 m fins a 6 m?

$$W_{\text{forces externes}} = \Delta E_p = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (-6 \cdot 10^{-3}) \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{1} \right) = 9 \cdot 10^4 \text{ J}$$

- 40.** Un cercol de radi 5 cm està carregat uniformement amb una densitat lineal de càrrega elèctrica de 20 nC/m . Calculeu el camp i el potencial en el seu centre.

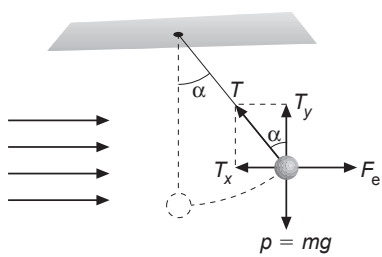
Tota la distribució de càrregues equidista del centre i, per tant, per simetria, el camp elèctric és nul.

Per calcular el potencial, prèviament calculem la càrrega total de la distribució:

$$Q = \lambda l = 20 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \pi \cdot 0,05 = 6,28 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$\rightarrow V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6,28 \cdot 10^{-9}}{0,05} = 1130,9 \text{ V}$$

41. Una càrrega esfèrica de $50 \mu\text{C}$ i 40 g de massa es penja de l'extrem d'un fil de 70 cm . Si actua un camp elèctric uniforme i horitzontal de $10\,000 \text{ N/C}$, calculeu l'angle que es desplaça la càrrega respecte de la vertical, i la tensió que suporta el fil.



En l'equilibri, $\sum \vec{F} = 0$.

Per tant,

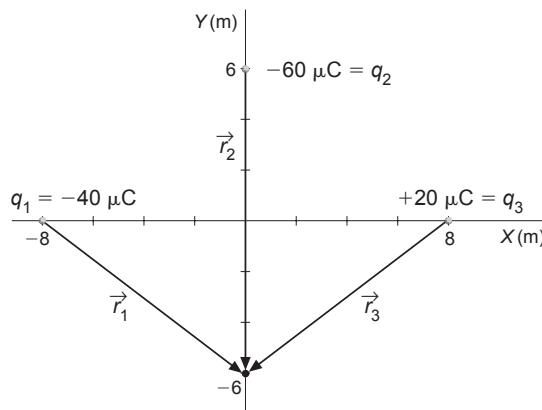
$$\left. \begin{aligned} F_e - T_x &= 0 \\ T_y - mg &= 0 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} T \sin \alpha &= EQ \\ T \cos \alpha &= mg \end{aligned} \right\} \text{tg } \alpha = \frac{EQ}{mg}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{10^4 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{40 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8} = 1,275 \rightarrow \alpha = 51,9^\circ$$

La tensió és:

$$T \cos \alpha = mg \rightarrow T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{40 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{\cos 51,9^\circ} = 0,64 \text{ N}$$

42. Si tenim una distribució de càrregues com la representada a la figura 6.61, calculeu el camp en P . Si en aquest punt situem una càrrega de valor 7 mC , calculeu la força que rep.



Determinem els vectors posició i el seus mòduls de les càrregues respecte del punt P :

$$\vec{r}_1 = (0, -6) - (-8, 0) = (8, -6) \rightarrow r_1 = 10$$

$$\vec{r}_2 = (0, -6) - (0, 6) = (0, -12) \rightarrow r_2 = 12$$

$$\vec{r}_3 = (0, -6) - (8, 0) = (-8, -6) \rightarrow r_3 = 10$$

El camp al punt P és:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{-40 \cdot 10^{-6}}{10^2} \cdot \frac{(8, -6)}{10} + \frac{-60 \cdot 10^{-6}}{12^2} \cdot (0, -1) + \frac{20 \cdot 10^{-6}}{10^2} \cdot \frac{(-8, -6)}{10} \right) = \\ &= (-4\,320 \vec{i} + 4\,830 \vec{j}) \text{ N/C} \end{aligned}$$

La força que rep la càrrega és:

$$\vec{F} = (-4\,320 \vec{i} + 4\,830 \vec{j}) \cdot 7 \cdot 10^{-3} = (-30,24 \vec{i} + 33,81 \vec{j}) \text{ N}$$

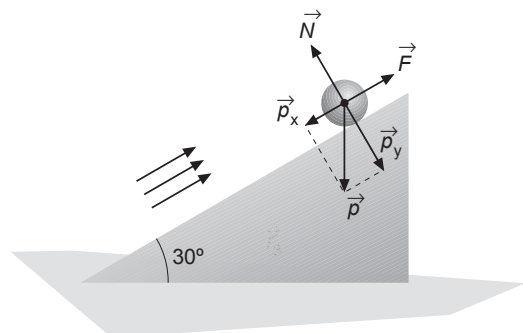
43. En la part superior d'un pla inclinat hi ha una esfera de massa 1 kg , carregada elèctricament amb una càrrega de 50 nC . Calculeu la intensitat de camp elèctric que ha d'actuar sobre l'esfera perquè es mantingui en equilibri quan:

- a) El camp actua paral·lelament al pla (fig. 6.62 a).

La força elèctrica ha d'igualar la força tangencial p_x :

$$QE - p_x = 0 \rightarrow 50 \cdot 10^{-9} \cdot E = 1 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ \rightarrow$$

$$\rightarrow E = 9,8 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

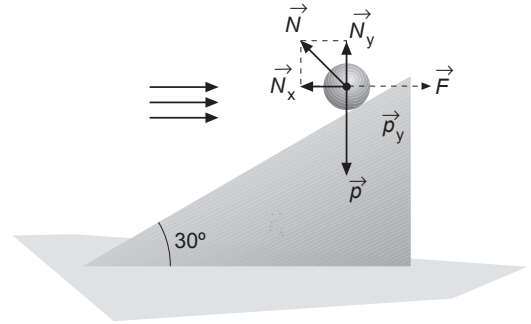


b) El camp actua horitzontalment al pla (fig. 6.62 b).

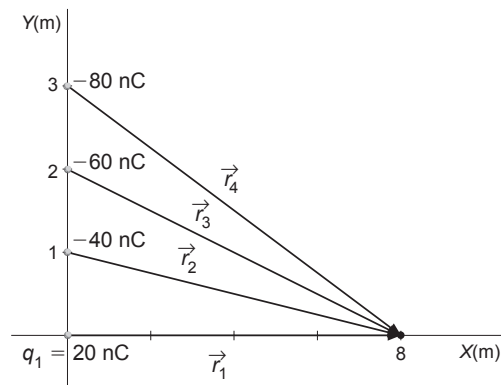
$$\left. \begin{aligned} QE - N \sin 30^\circ &= 0 \\ N \cos 30^\circ - mg &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{QE}{mg} \rightarrow E = \frac{mg \operatorname{tg} 30^\circ}{Q}$$

$$E = 1,13 \cdot 10^8 \text{ N/C}$$



44. Calculeu el potencial en el punt P d'una distribució de càrregues puntuals com la representada a la figura 6.63.



Calculeu els mòduls dels vectors posicions de les càrregues respecte del punt P :

$$\vec{r}_1 = (8, 0) - (0, 0) = (8, 0) \rightarrow r_1 = 8$$

$$\vec{r}_2 = (8, 0) - (0, 1) = (8, -1) \rightarrow r_2 = \sqrt{65}$$

$$\vec{r}_3 = (8, 0) - (0, 2) = (8, 2) \rightarrow r_3 = \sqrt{68}$$

$$\vec{r}_4 = (8, 0) - (0, 3) = (8, 3) \rightarrow r_4 = \sqrt{73}$$

Apliquem l'expressió del potencial d'una distribució de càrregues puntuals:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{20 \cdot 10^{-9}}{8} + \frac{-40 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{65}} + \frac{60 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{68}} + \frac{-80 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{73}} \right) = -40,9 \text{ V}$$

45. Quina càrrega cal posar en el punt A (fig. 6.64) perquè el potencial s'anul·li en el punt P ?

Apliquem l'expressió del potencial d'una distribució de càrregues puntuals:

$$9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{-80 \cdot 10^{-9}}{12} + \frac{50 \cdot 10^{-9}}{8} + \frac{Q}{13} \right) = 0$$

$$Q = \left(\frac{80 \cdot 10^{-9}}{12} - \frac{50 \cdot 10^{-9}}{8} \right) \cdot 13 = 5,42 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

46. Una esfera conductora de radi 5 cm està carregada fins a 40 nC i una altra esfera conductora de radi 8 cm, fins a 60 nC. Si connectem les esferes amb un fil conductor, quina quantitat de càrrega circula i en quin sentit ho fa?

En primer lloc cal esbrinar els potencials de les esferes:

$$V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{40 \cdot 10^{-9}}{0,05} = 7200 \text{ V}$$

$$V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-9}}{0,08} = 6750 \text{ V}$$

Com que l'esfera petita es troba a un potencial més alt que l'esfera gran, tindrà lloc una transferència de càrrega de l'esfera petita cap a la gran fins que els potencials s'igualin. Anomenem Q' la càrrega transferida:

$$9 \cdot 10^9 \cdot \frac{40 \cdot 10^{-9} - Q'}{0,05} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-9} + Q'}{0,08} \rightarrow \frac{40 - Q'}{5} = \frac{60 + Q'}{8} \rightarrow$$

$$\rightarrow 320 - 8Q' = 300 + 5Q' \rightarrow Q' = \frac{20}{13} = 1,54 \text{ nC}$$

- 47. Quin és el potencial en el centre d'una esfera metàl·lica de radi 8 cm, carregada amb una densitat superficial σ de 20 nC/m²? Recordeu que en els bons conductors la càrrega es troba distribuïda només en la superfície.**

En els bons conductors, la càrrega es distribueix per la superfície i es comporta com una superfície equipotencial. De l'expressió $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$ i tenint en compte que en l'interior del conductor el camp és zero, tenim que:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow dV = 0 \rightarrow V = \text{constant}$$

Per tant, el potencial al centre de l'esfera és el mateix que a la superfície:

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot 0,08^2}{0,08} = 181 \text{ V}$$

- 48. Una càrrega elèctrica de +40 mC es troba en una superfície equipotencial de -20 V i es desplaça cap a una altra de 80 V. Quin treball hem de fer per realitzar aquest desplaçament?**

El treball per desplaçar una càrrega en un camp elèctric és:

$$W = Q\Delta V = 40 \cdot 10^{-3} \cdot (80 - (-20)) = 4 \text{ J}$$

- 49. Quin treball hem de fer per desplaçar una càrrega Q de 20 mC des d'un punt A fins a punt B (fig. 6.65), per un camí qualsevol?**

Prèviament, calculem els potencials creats per les càrregues fixes en els punts A i B:

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{60 \cdot 10^{-9}}{5} + \frac{-40 \cdot 10^{-9}}{4} + \frac{30 \cdot 10^{-9}}{3} \right) = 108 \text{ V}$$

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{60 \cdot 10^{-9}}{3} + \frac{-40 \cdot 10^{-9}}{6} + \frac{30 \cdot 10^{-9}}{5} \right) = 174 \text{ V}$$

El treball realitzat per les forces externes és:

$$W_{\text{forces externes}} = Q\Delta V = 20 \cdot 10^{-3} \cdot (174 - 108) = 1,32 \text{ J}$$