

Naturalesa de la llum

Qüestions

1. Si en un experiment com el de Young il·luminem les esclatxes amb llum blanca, què observarem?

L'experiment de Young de la doble esclatxa mostra que la separació entre franges Δx que es veu a la pantalla depèn de la longitud d'ona: $\Delta x = \frac{d\lambda}{a}$, essent d la longitud que hi ha entre les esclatxes i la pantalla, i a la distància entre les esclatxes. Per tant, i si recordem que la llum blanca conté totes les longituds d'ona corresponents a tots els colors, cada un d'aquests pateix una separació Δx diferent. Així, observarem cada franja com una suma de tots els colors, tal com passa amb un prisma, que separa els colors de la llum blanca, o amb l'arc iris.

2. Suposeu que introduïm algun objecte allargat en un got d'aigua, de manera que quedi una part dins de l'aigua i l'altra fora. Com veurem l'objecte? A què és degut aquest fenomen?

Quan introduïm un objecte allargat dins d'un got d'aigua observem que l'objecte sembla deformar-se en la porció que queda submergida en l'aigua. Això es deu a la refracció de la llum, ja que els raigs de llum que provenen de l'interior del got pateixen aquest fenomen.

3. Sabem que l'oli sura a l'aigua i que, per tant, té una densitat més petita que aquesta.

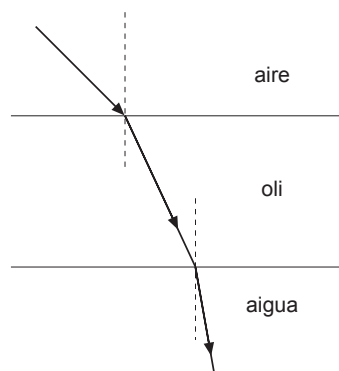
A diferència de les ones mecàniques, en les quals la velocitat de fase depèn de l'elasticitat del medi i, per tant, també de la densitat a través del mòdul de compressibilitat, la velocitat de fase de les ones electromagnètiques només depèn de les constants elèctrica i magnètica.

- a) Quin dels dos líquids té un índex de refracció més gran?

Tenint en compte el que acabem de dir, no és possible deduir a partir de la densitat quin dels dos líquids té un índex de refracció més gran, ja que això dependrà dels valors de la permitivitat elèctrica i de la permeabilitat magnètica, i no de la densitat.

- b) Tenint en compte la resposta que heu donat, dibuixeu la trajectòria que segueix un raig de llum oblic que passa de l'aire a l'oli, i de l'oli a l'aigua.

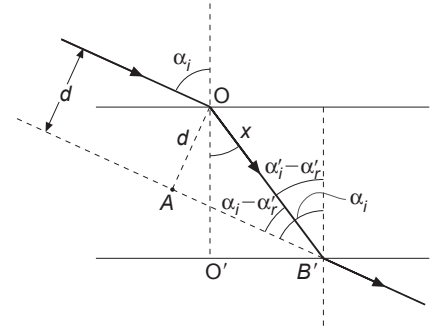
Si suposem que la llum té una velocitat més gran en l'aire que en l'oli i que en l'aigua, i que en l'oli també és més gran que en l'aigua, podem representar la trajectòria que segueix un raig de llum que passa de l'aire a l'oli i d'aquest a l'aigua.



4. Quan un raig de llum travessa un cert gruix de material que té forma de prisma rectangular allargat, no es desvia quant a la direcció de propagació, però sí que sofreix un cert desplaçament paral·lel al raig incident. Demostreu matemàticament aquest fet i calculeu el desplaçament que sofreix el raig incident.

Suposem que un raig de llum, que es transmet en l'aire, travessa un material transparent en forma de prisma rectangular de gruix l que té un índex de refracció $n = \frac{c}{v}$, on c és la velocitat de la

llum en l'aire i v és la velocitat en el material transparent. Quan el raig passa de l'aire al material formant un angle α_i amb la recta normal a la superfície, pateix una primera refracció, de manera que el raig es transmet en el material formant un cert angle α'_r amb la normal. Quan el raig passa de nou a l'aire, pateix una segona refracció, de manera que l'angle d'incidència α'_i d'aquesta segona refracció és l'angle refractat α'_r , $\alpha'_i = \alpha'_r$, i el raig surt amb un angle α''_r . Podem representar el camí que segueix el raig en una figura:



Es pot demostrar que: a) el segon raig refractat surt formant el mateix angle amb la normal que el raig incident; b) el raig incident pateix un desplaçament d .

Demostrem aquestes propietats:

- a) Per demostrar la primera propietat, podem aplicar la llei de Snell a les dues refraccions:

$$\text{Primera refracció: } \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} = \frac{c}{v} = n$$

$$\text{Segona refracció: } \frac{\sin \alpha'_i}{\sin \alpha''_r} = \frac{v}{c} = \frac{1}{n}$$

Tenint en compte que $\alpha'_i = \alpha'_r$ i multiplicant ambdues expressions, trobem que:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} \cdot \frac{\sin \alpha'_i}{\sin \alpha''_r} = n \cdot \frac{1}{n} \rightarrow \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} \cdot \frac{\sin \alpha'_r}{\sin \alpha''_r} = 1 \rightarrow \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha''_r} = 1 \rightarrow \sin \alpha_i = \sin \alpha''_r \rightarrow \alpha_i = \alpha''_r$$

Per tant, queda demostrat que el raig no es desvia quant a la direcció de propagació, ja que surt formant el mateix angle α_i amb què incideix.

- b) Per trobar el desplaçament d que pateix el raig incident, apliquem les definicions de les raons trigonomètriques sinus i cosinus als triangles rectangles $OO'B$ i OAB :

$$\text{Triangle } OO'B: \frac{l}{x} = \cos \alpha'_r$$

$$\text{Triangle } OAB: \frac{d}{x} = \sin (\alpha_i - \alpha'_r)$$

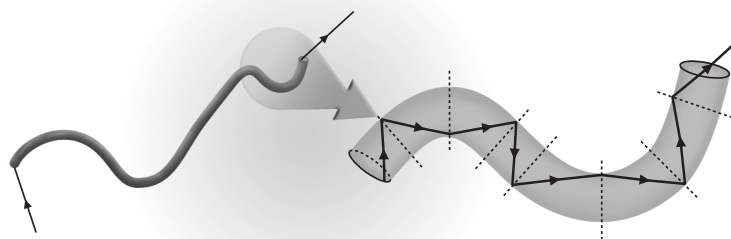
Dividint ambdues expressions trobem el valor de d a partir dels valors de l i α_i :

$$\frac{\frac{d}{x}}{\frac{l}{x}} = \frac{\sin (\alpha_i - \alpha'_r)}{\cos \alpha'_r} \rightarrow \frac{d}{l} = \frac{\sin (\alpha_i - \alpha'_r)}{\cos \alpha'_r} \rightarrow d = l \frac{\sin (\alpha_i - \alpha'_r)}{\cos \alpha'_r}$$

On el valor de α'_r es pot trobar a partir de la llei de Snell: $\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} = n$

5. Entre altres aplicacions, la fibra òptica serveix per transmetre informació a grans distàncies i d'una manera molt ràpida. Indiqueu quin fenomen ho permet i expliqueu-lo detalladament.

En la fibra òptica s'aprofita el fenomen de la refracció total. La fibra òptica, tot i que és transparent, té un índex de refracció més gran que l'aire. Quan un raig de llum penetra en la fibra i arriba a la superfície de separació de la fibra amb l'aire, ho sol fer amb un angle d'incidència molt proper a 90° , que sobrepassa l'angle límit. Per tant, el raig no s'hi refracta i s'hi reflecteix totalment, és a dir, no pot sortir de la fibra. Això passa en les reflexions successives que s'hi produeixen a mesura que el raig es propaga a l'interior de la fibra, encara que aquesta estigui corbada; i en l'extrem oposat al d'entrada del raig, aquest surt pràcticament inalterat.



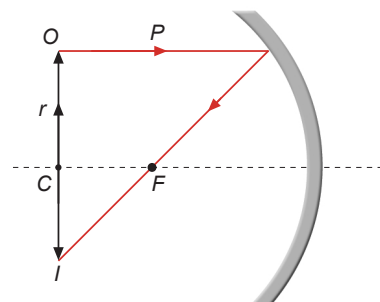
6. Durant el dia, el cel es veu de color blau, mentre que quan el Sol es pon, es veu de color vermellós en la direcció de la posta de sol. En quin fenomen es basen aquests dos fets? Expliqueu-lo detalladament i digueu per què el cel es veu d'aquesta manera.

El cel es veu de color blau durant el dia i amb tonalitats vermelloses al capvespre en la zona on es pon el Sol a causa del fenomen de la difusió de la llum. La llum que prové del Sol, composta per tots els colors, és difosa per les molècules de l'aire. Com que els colors de longitud d'ona curta, com el blau, són els que pateixen la difusió en un grau més elevat, el cel apareix d'aquest color quan mirem en una direcció que no sigui la definida per la nostra vista i el Sol (el component violeta de la llum solar és menys abundant que el blau, per la qual cosa predomina la difusió del color blau).

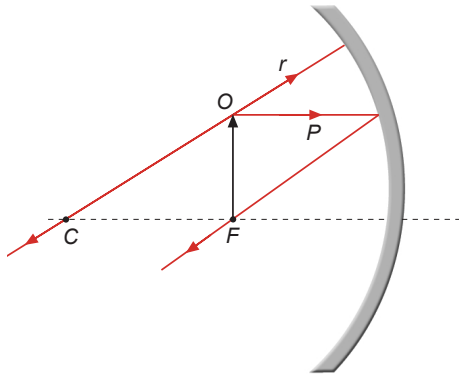
Al capvespre, la llum del Sol ha de travessar una capa d'aire més gruixuda, i la difusió de la llum encara es fa més patent: el color vermell, en tenir una longitud d'ona més gran i ser, per tant, el component de la llum blanca que menys pateix el fenomen de la difusió, és el color que predomina quan mirem cap al Sol, ja que pels altres colors s'haurà alterat significativament la seva propagació rectilínia a causa de la difusió.

7. Com és la imatge que forma un mirall concav quan l'objecte està sobre el centre de curvatura C del mirall? I quan està situat sobre el focus F ? Dibuixeu el diagrama de raigs per raonar la resposta.

En el primer cas, hem de situar l'objecte sobre el centre de curvatura C . Per representar la situació, dibuixem primer amb un compàs un arc de circumferència que representarà el mirall concav i que, com que no es donen valors, tingui un radi r arbitrari. A continuació, senyalem el centre de curvatura C i el focus F (que, recordem-ho, està situat a una distància del mirall igual a la meitat del radi, $f = r/2$). Per fer el diagrama de raigs, representem l'objecte O amb una fletxa, el situem sobre C i tracem els raigs paral·lel (p) i radial (r). Podem veure que el raig radial creua l'objecte, ja que ha de passar per C i l'objecte està situat a C . Una vegada s'ha traçat també el raig paral·lel, observem que la imatge I també està situada sobre el punt C , té la mateixa mida que l'objecte, però és invertida.



En el segon cas, l'objecte està situat sobre el focus F . Tornem a dibuixar un arc de circumferència de radi arbitrari r , senyalem el centre C i el focus F , i dibuixem l'objecte sobre F representant-lo amb una fletxa. Una vegada traçats els raigs paral·lel (p) i radial (r), observem que quan aquests raigs es reflecteixen en el mirall, surten paral·lels l'un respecte de l'altre, per la qual cosa deduïm que s'ajunten a l'infinit. Per tant, arribem a la conclusió que, en aquesta situació, la imatge es forma a l'infinit, és a dir, no s'obté cap imatge.



8. Indiqueu si aquestes característiques de la imatge proporcionada per un mirall concav són possibles i raoneu les respostes.

- a) Imatge virtual, dreta i més gran que l'objecte.
- b) Imatge real, invertida i més petita que l'objecte.
- c) Imatge real, dreta i més gran que l'objecte.

Recordem que les característiques que tenen les imatges formades per un mirall concav són les que es donen en els casos següents:

- Quan l'objecte està situat a una distància més gran que el centre de curvatura del mirall, la imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.
- Quan l'objecte està situat en el centre de curvatura i el focus del mirall, la imatge és real, invertida i més petita que l'objecte.
- Quan l'objecte està situat a una distància més petita que el focus del mirall, la imatge és virtual, dreta i més gran que l'objecte.

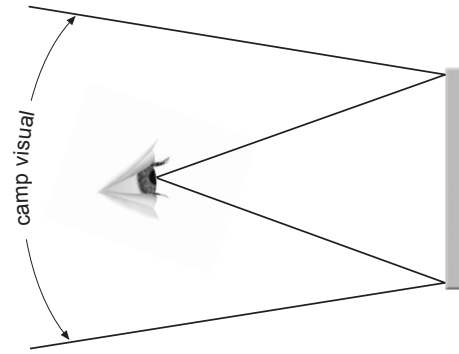
Per tant, de les tres situacions indicades a l'enunciat d'aquesta qüestió, només són possibles la situació a), que correspon al tercer cas anterior, i la situació b), que correspon al segon cas anterior. La situació c) és impossible.

9. Per què en alguns encreuaments de carrers i en alguns comerços hi ha miralls convexos situats de manera estratègica? Té alguna cosa a veure amb el tipus d'imatge que formen aquests miralls? Raoneu la resposta.

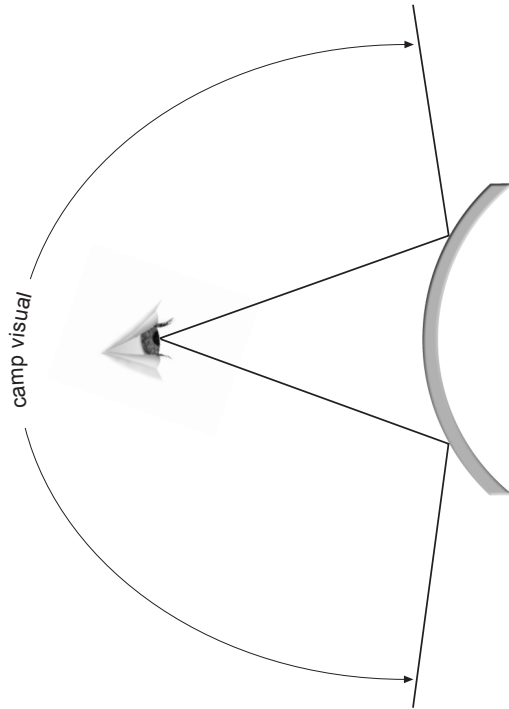
Pensem en la manera en què una persona capta les imatges donades pels diversos tipus de miralls. Els miralls concavs, tot i que en determinades condicions donen imatges virtuals i, per tant, susceptibles de ser observades per la persona, també poden donar, depenent de la situació de l'objecte respecte del focus del mirall, imatges reals que no seran captades per l'observador. Només els miralls plans i els miralls convexos formen una imatge que sempre és, en qualsevol situació, virtual i dreta, i que, per tant, pot ser captada per la persona.

Per tant, en principi, per visualitzar objectes sigui quina sigui la seva posició, cal utilitzar o bé miralls plans o bé miralls convexos. Ara bé, tot i que les imatges donades pel mirall pla són de la mateixa mida que l'objecte, a diferència del mirall convex, que dona imatges més petites que l'objecte, aquests darrers són més adequats per ser col·locats estratègicament en l'encreuament d'alguns carrers i en comerços, ja que el camp de la visió que donen és més ample que en el cas del mirall pla, i permeten visualitzar més objectes.

- a) En un mirall pla, la imatge és de la mateixa mida que l'objecte, però el camp visual és més petit.



- b) En un mirall convex, la imatge és més petita que l'objecte, però, en tenir un major camp visual, són idonis per ser col·locats en alguns encreuaments de carrers i en comerços.



10. Per què diem que les lents biconvexes són lents convergents? Per què diem que les lents bicòncaves són lents divergents? Raoneu la resposta.

En una lent biconvexa, els raigs que provenen de l'infinít **convergeixen** en un punt situat darrere de la lent (anomenat *punt focal imatge*) una vegada han travessat la lent. Per aquest motiu diem que aquestes lents són convergents.

Per contra, en una lent bicòncava, els raigs que provenen d'un punt infinit **divergeixen** quan travessen la lent i sembla que provinquin d'un punt situat davant de la lent; per això les anomenem *lents divergents*.

11. Una lent biconvexa dóna sempre imatges reals? Una lent bicòncava dóna sempre imatges virtuals? Raoneu les respostes.

Una lent biconvexa pot donar tant imatges reals com imatges virtuals. Que la imatge sigui d'un tipus o d'un altre depèn de la situació de l'objecte respecte del focus objecte de la lent. Quan l'objecte està a una distància més gran que el focus objecte, els raigs que provenen de l'objecte convergeixen quan han travessat la lent i formen una imatge al costat contrari on està situat l'objecte. Per tant, en aquesta situació s'obté una imatge real, ja que està situada, respecte de la lent, en el costat contrari d'on està l'objecte (encara que invertida). Per contra, quan l'objecte està situat a una distància més petita que el focus objecte, els raigs que provenen de l'objecte divergeixen quan s'han refractat a la lent i sembla que provinquin de punts situats al mateix costat que l'objecte. Per tant, en aquesta situació la imatge és virtual, ja que està situada al mateix costat, respecte de la lent, que l'objecte.

D'altra banda, les lents bicòncaves només donen imatges virtuals, ja que, sigui quina sigui la posició de l'objecte, els raigs sempre divergeixen quan han travessat la lent i sembla que provinquin de punts situats al mateix cantó que l'objecte; per tant, la imatge és virtual.

- 12. Busqueu en algun llibre d'òptica informació sobre el microscopi i dibuixeu un diagrama de raigs de les imatges que forma d'un objecte. Sobre el dibuix, expliqueu com és la imatge que forma aquest sistema òptic i el perquè de la seva utilització.**

Resposta oberta.

Cal que l'alumnat consulti llibres d'òptica on s'expliqui el funcionament del microscopi. Per poder explicar aquest aparell, també pot ser convenient consultar com funcionen l'ull humà i les lupes. Per tant, es pot plantejar aquesta activitat, juntament amb la que hi ha continuació, com un petit treball sobre els instruments òptics. Així es complementaria l'estudi de l'òptica geomètrica que s'ha desenvolupat en aquesta unitat.

- 13. Busqueu en algun llibre d'òptica informació sobre el principi de funcionament del telescopi de refracció i dibuixeu un diagrama de raigs de les imatges que forma d'un objecte determinat. Sobre el dibuix, expliqueu com és la imatge que forma aquest sistema òptic i el perquè de la seva utilització.**

Resposta oberta.

Cal que l'alumnat consulti llibres d'òptica que expliquin el funcionament del telescopi de refracció. Aquesta activitat es pot fer alhora que la qüestió anterior.

- 14. Penseu en els aparells de casa vostra que funcionin amb energia elèctrica i escriviu una llista dels que siguin una font de contaminació electromagnètica. Per a cada un d'aquests aparells, indiqueu a quina franja de l'espectre correspon la radiació que emeten.**

Resposta oberta.

Cal que l'alumnat faci una llista dels electrodomèstics que té a casa i que indiqui la freqüència de la radiació electromagnètica que emeten. Recordeu que trobareu tota aquesta informació a les pàgines 325 a 328 del llibre de text. També es pot demanar a l'alumnat que faci una recerca addicional d'informació i que consulti llibres sobre aquest tema i adreces d'Internet, com per exemple la de l'OMS, on hi ha una informació molt extensa sobre aquest tema.

- 15. Efectueu un petit treball d'investigació sobre la telefonia mòbil i el seu impacte social. Recolliu articles de premsa que en parlin i enumereu els estudis que pretenen demostrar la perillositat de les ones electromagnètiques emeses per les antenes de telefonia mòbil i els que no. Penseu que aquests estudis són rigorosos? O bé poden estar mediatitzats per l'alarma social que ha generat aquest tema en la nostra societat durant els últims anys?**

Resposta oberta.

Si es vol realitzar aquesta activitat, cal que l'alumnat busqui informació sobre el tema de la telefonia mòbil, el seu impacte social i la seva pretesa perillositat consultant articles i suplementes de diaris, revistes i pàgines web que en parlin. Quan es tingui prou informació, cal que l'ordenin i en facin un resum. Es pot proposar un debat a classe.

- 16. Per què els raigs X són útils en la detecció d'algunes malalties i són molt utilitzats en traumatologia? Com s'utilitzen els raigs X en medicina?**

Els raigs X són molt útils per detectar malalties i s'usen, per exemple, en traumatologia ja que permeten visualitzar l'interior del cos: la radiació X travessa molts teixits, però no els ossos. Actualment es fa servir de dues maneres. En la primera, la radiació X incideix, una vegada travessat el cos, sobre una placa fotogràfica que, en ser revelada, proporciona detalls de l'interior del cos. En la segona, en lloc de placa fotogràfica, s'utilitza un ordinador, que analitza de manera més detallada la manera en què la radiació ha travessat el cos i que permet fer un estudi més acurat del seu interior.

17. Quines aplicacions tecnològiques i mèdiques tenen els ultrasons? Expliqueu-les.

Els ultrasons s'utilitzen principalment en aparells que determinen la distància i la velocitat d'un objecte determinat. També s'utilitzen en la indústria, per exemple en la detecció de possibles imperfeccions en les peces que formen un aparell, en la mesura del gruix de les peces, i en la determinació de la velocitat del so en un medi determinat. En la navegació marítima s'usen, en l'aparell anomenat sonar, per detectar la distància i la velocitat d'objectes submergits com, per exemple, bancs de peixos.

En medicina els ultrasons s'utilitzen en el tractament dels càlculs renals, ja que els trenquen per poder-los eliminar amb més facilitat. També estan en la base de la tècnica utilitzada en les ecografies, en les quals els ultrasons s'usen per visualitzar, amb l'ajut d'un ordinador, l'interior del cos humà.

Problemes

1. Calculeu la freqüència dels següents emissors de radiació electromagnètica:

a) Una emissora de ràdio que emet un senyal electromagnètic de longitud d'ona 5 m.

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 5 \text{ m} \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{array} \right\} c = \lambda f \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5} = 6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

b) Un àtom excitat que emet radiació ultraviolada de longitud d'ona 550 Å.

$$\lambda = 550 \text{ Å} \cdot \frac{10^{-10} \text{ m}}{1 \text{ Å}} = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ m} \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-8}} = 5,45 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

c) Un nucli radioactiu que emet radiació gamma de longitud d'ona $4 \cdot 10^{-12}$ m.

$$\lambda = 4 \cdot 10^{-12} \text{ m} \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-12}} = 7,5 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$$

2. En un experiment com el de Young s'il·luminen les esclatxes amb llum monocromàtica de longitud d'ona $4,95 \cdot 10^{-7}$ m. Si situem la pantalla a 1,5 m de les esclatxes, que estan separades per una distància de 0,2 mm, quina separació entre franges observarem?

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 4,95 \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ d = 1,5 \text{ m} \\ a = 0,2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \end{array} \right\}$$

Apliquem l'expressió corresponent:

$$\Delta x = \frac{d\lambda}{a} = \frac{1,5 \cdot 4,95 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-4}} = 3,71 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3,71 \text{ mm}$$

3. Efectuem un experiment similar al de Young per determinar la longitud d'ona de la radiació ultraviolada que emet un determinat gas quan s'excita amb un corrent elèctric. La pantalla consisteix en una placa fotogràfica, que és impressionada per la radiació ultraviolada emesa pel gas; una vegada revelada, s'observa que la separació entre franges és de 3 mm. Si la separació entre les esclatxes és de 0,25 mm i la pantalla hi està situada a 2,2 m, quina és la longitud d'ona de la radiació?

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ a = 0,25 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m} \\ d = 2,2 \text{ m} \end{array} \right\}$$

Apliquem l'expressió $\Delta x = \frac{d\lambda}{a}$ i aïllem λ :

$$\Delta x = \frac{d\lambda}{a} \rightarrow \lambda = \frac{\Delta x a}{d} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}}{2,2} = 3,41 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

4. Sobre un cos de material transparent incideix un raig de llum formant un angle de 35° amb la normal a la superfície del cos. Si l'angle de refracció és de 25° , quin índex de refracció té el material? A quina velocitat es propaga la llum en aquest material?

$$\alpha_i = 35^\circ$$

$$\alpha'_r = 25^\circ$$

Apliquem la llei de Snell:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} = n \rightarrow n = \frac{\sin 35^\circ}{\sin 25^\circ} = 1,36$$

Apliquem la definició de n i aïllem v tenint en compte que $c = 3 \cdot 10^8$ m/s:

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,36} = 2,21 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

5. El quars i el diamant presenten uns índexs de refracció d'1,51 i 2,42 respectivament.

- a) A quina velocitat es transmet la llum d'aquests materials?

$$n_{\text{quars}} = 1,51 \rightarrow v_{\text{quars}} = \frac{c}{n_{\text{quars}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,51} = 1,99 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$n_{\text{diamant}} = 2,42 \rightarrow v_{\text{diamant}} = \frac{c}{n_{\text{diamant}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,42} = 1,24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- b) Quan valen els respectius angles límit?

$$\text{Quars: } \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{\sin \alpha_{iL}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{1,51} \rightarrow \sin \alpha_{iL} = 0,6622 \rightarrow \alpha_{iL} = \sin^{-1}(0,6622) = 41,47^\circ$$

$$\text{Diamant: } \frac{\sin \alpha_{iL}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{2,42} \rightarrow \sin \alpha_{iL} = 0,4132 \rightarrow \alpha_{iL} = \sin^{-1}(0,4132) = 24,41^\circ$$

6. Un raig lluminós que es propaga per l'aire passa a l'aigua continguda en un recipient. Quin és l'angle de refracció del raig refractat si l'angle d'incidència és de 15° ? Si volguéssim que el raig refractat a l'aigua no tornés a sortir i es reflectís totalment, amb quin angle mínim hauria d'entrar el raig des de l'aire? És possible aquesta situació en la pràctica?

Dada: índex de refracció de l'aigua: 1,33

Apliquem la llei de Snell tenint en compte que $n = 1,33$.

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} = n \rightarrow \frac{\sin 15^\circ}{\sin \alpha'_r} = 1,33 \rightarrow \sin \alpha'_r = \frac{\sin 15^\circ}{1,33} = 0,1946 \rightarrow \alpha'_r = \sin^{-1}(0,1946) = 11,22^\circ$$

Ara apliquem la llei de Snell dues vegades, ja que el raig pateix dues refraccions: quan passa de l'aire a l'aigua, amb un angle d'incidència α_{i2} , i quan passa de l'aigua a l'aire, amb un angle d'incidència α'_{iL} .

$$\frac{\sin \alpha'_{iL}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n} \rightarrow \alpha'_{iL} = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$

$$\alpha'_{r2} = \alpha'_{iL} \rightarrow \frac{\sin \alpha_{i2}}{\sin \alpha'_{r2}} = n \rightarrow \alpha_{i2} = \sin^{-1} (n \sin \alpha'_{r2}) \rightarrow \alpha_{i2} = \sin^{-1} (1,33 \cdot \sin 48,75^\circ) = 90^\circ$$

Deduïm que aquesta situació és impossible, ja que l'angle d'incidència hauria de ser de 90° i, per tant, el raig mai no passaria a l'aigua.

- 7. Un mirall còncau té un radi de 10 m. Davant seu se situa un objecte de 80 cm d'altura. Dibuixeu un diagrama de raigs i determineu la posició i l'altura de la imatge, per a les distàncies de l'objecte al mirall que es donen a continuació:**

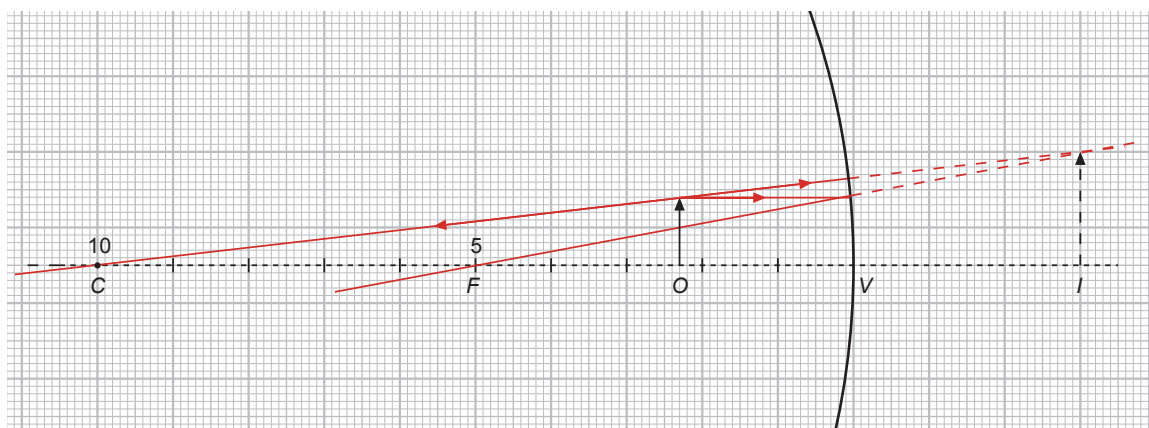
La distància focal és, en tots els casos, la meitat del radi:

$$f = \frac{r}{2} \rightarrow f = \frac{10}{2} = 5 \text{ m}$$

Per dibuixar el diagrama de raigs, fem servir paper mil·limetrat, de manera que 1 m correspon a 1 cm en el dibuix, per exemple.

- a) 2,25 m.**

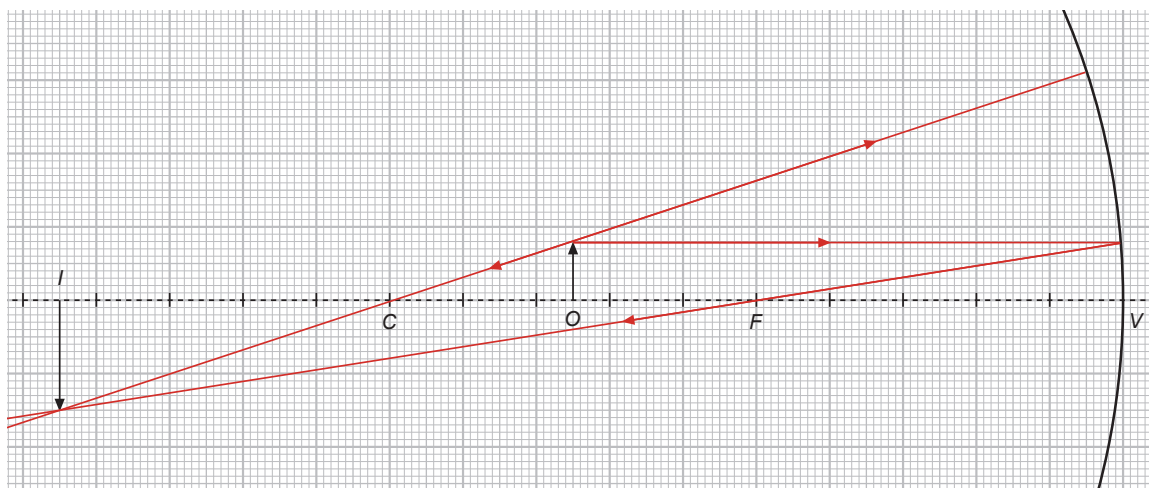
Representem l'objecte amb una fletxa. Amb l'escala triada, l'objecte mesura 0,8 cm, i el situem a 2,25 cm (2,25 m reals). Dibuixem els raigs paral·lel i radial:



Observem que la imatge està situada 4 m darrere del mirall (imatge virtual) i la seva alçada és d'1,5 m, aproximadament. La imatge és virtual, dreta i més gran que l'objecte.

- b) 7,5 m.**

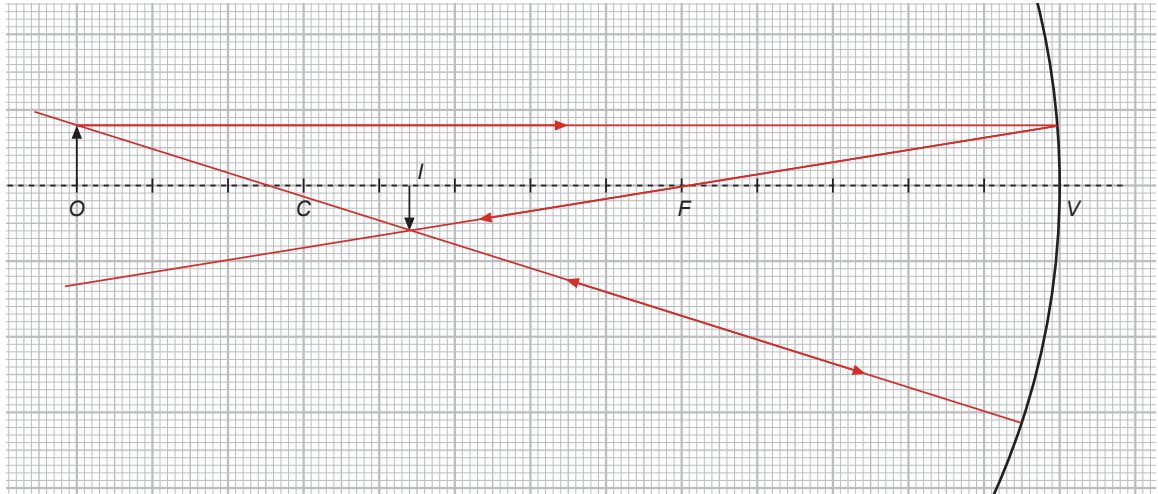
Seguim els mateixos criteris que en l'apartat anterior, però ara situem l'objecte a 7,5 m (7,5 cm en el dibuix):



Veiem que la imatge està situada aproximadament a 14,5 cm davant del mirall (imatge real), i la seva alçada és d'1,5 m, aproximadament. La imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.

c) **12 m.**

Seguim els mateixos criteris que a l'apartat anterior i ara situem l'objecte a 12 m (12 cm en el dibuix):



La imatge està situada a 8,6 m davant del mirall i la seva alçada és de 0,6 m = 60 cm. La imatge és real, invertida i més petita que l'objecte.

8. Si el radi d'un mirall còncau és de 45 cm, a quina distància hi hem de situar un objecte de 15 cm d'altura perquè la imatge que s'hi formi sigui virtual i d'altura doble que la de l'objecte? On està situada la imatge?

En primer lloc, calculem la distància focal:

$$f = \frac{r}{2} \rightarrow f = \frac{45}{2} = 22,5 \text{ m}$$

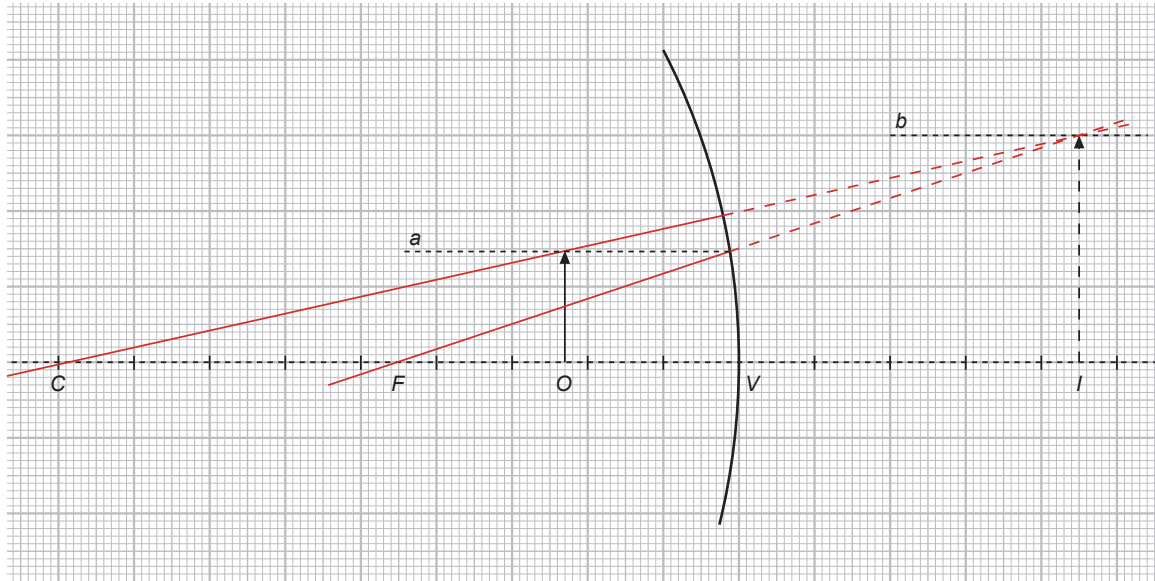
Per tal que la representació de la situació sigui adequada, farem servir, per exemple, les escales següents:

- En l'eix X, 1 cm del dibuix correspon a 5 cm reals.
- En l'eix Y, 1 cm del dibuix correspon a 10 cm reals.

Per determinar la distància a la qual hem de situar l'objecte i el punt on està situada la imatge, fem les consideracions següents:

- Com que l'objecte ha de tenir una alçada de 15 cm, tracem una recta *a* paral·lela a l'eix òptic que passi pels punts d'altura $y = 15 \text{ cm}$ (que correspondrà a 1,5 cm en el dibuix, d'acord amb l'escala triada per a l'eix X).
- Com que la imatge és virtual, ha d'estar situada darrere del mirall i ha de ser dreta. Si tenim en compte que la seva alçada, y' , ha de ser el doble de l'alçada y de l'objecte, $y' = 2y = 2 \cdot 15 = 30 \text{ cm}$, aleshores podem traçar una recta *b* paral·lela a l'eix òptic, per sobre d'aquest, que passi pels punts $y = 30 \text{ cm}$ (3 cm en el dibuix).
- Si ara tracem el segment que va de *F* (punt focal) al punt on la recta *a* talla el mirall, i perllonguem aquest segment fins a la recta *b*, està clar que aquest segment serà la trajectòria que segueix el raig focal, *i*, per tant, ens dona la posició de la imatge *I*.
- També podem traçar ara la recta que va del punt de tall de la recta *b* i el raig focal anterior, al punt *C* (centre del mirall). Aquesta recta ens dona la posició de l'objecte *O*.

Tenint en compte aquestes consideracions, fem el dibuix en paper mil·limetrat:



Observem que la imatge està situada a 22,5 cm del mirall (4,5 cm en el dibuix), mentre que l'objecte està situat a 11 cm del mirall (2,2 cm en el dibuix).

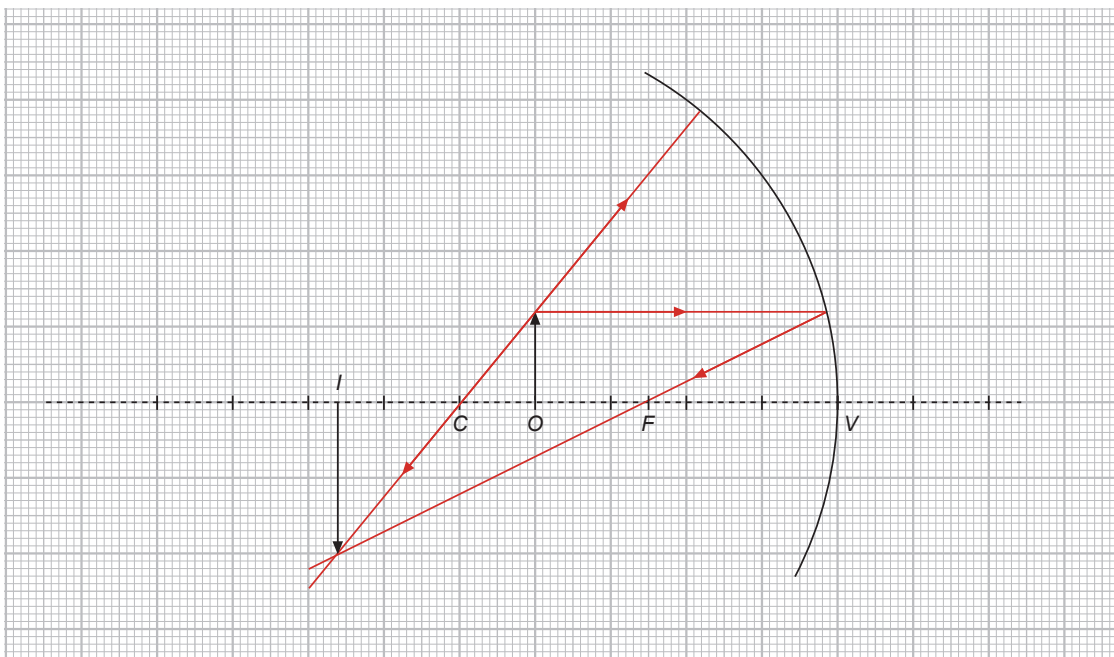
9. Dibuixeu el diagrama de raigs per obtenir la imatge d'un objecte d'1,2 m d'altura quan es col·loca a 3 m d'un mirall còncau de 5 m de radi. Si el mirall és convex, com serà la imatge formada pel mateix objecte?

Error: l'objecte es col·loca a 4 m del mirall, i no a 3 m com diu l'enunciat.

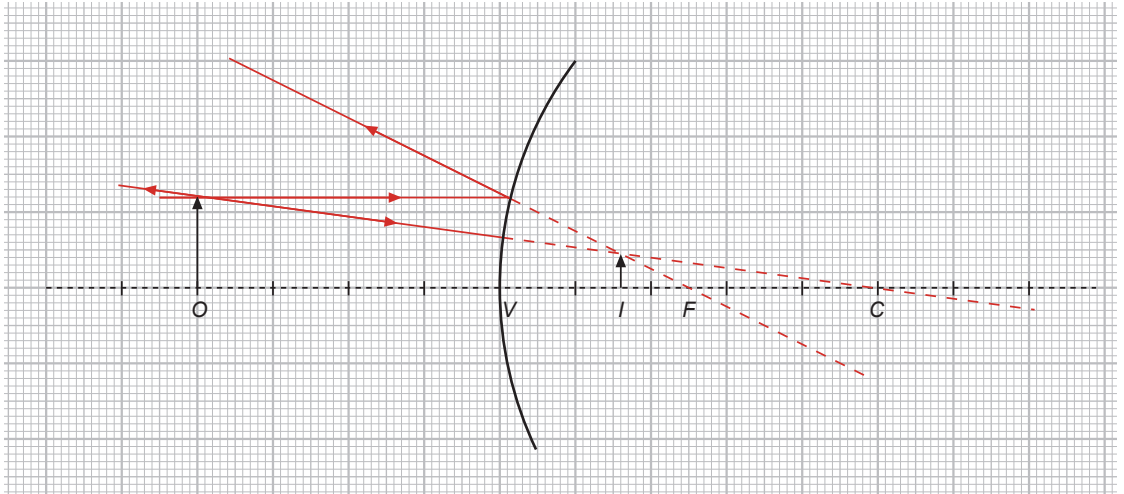
En tots dos casos, la distància focal és: $f = \frac{r}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m}$.

Per representar els raigs fem servir una escala en què 1 m correspon a 1 cm en el dibuix. Efectuem un dibuix per al mirall còncau, i un altre per al mirall convex, tenint en compte les dades que ens donen i l'escala triada:

- a) Mirall còncau



b) Mirall convex



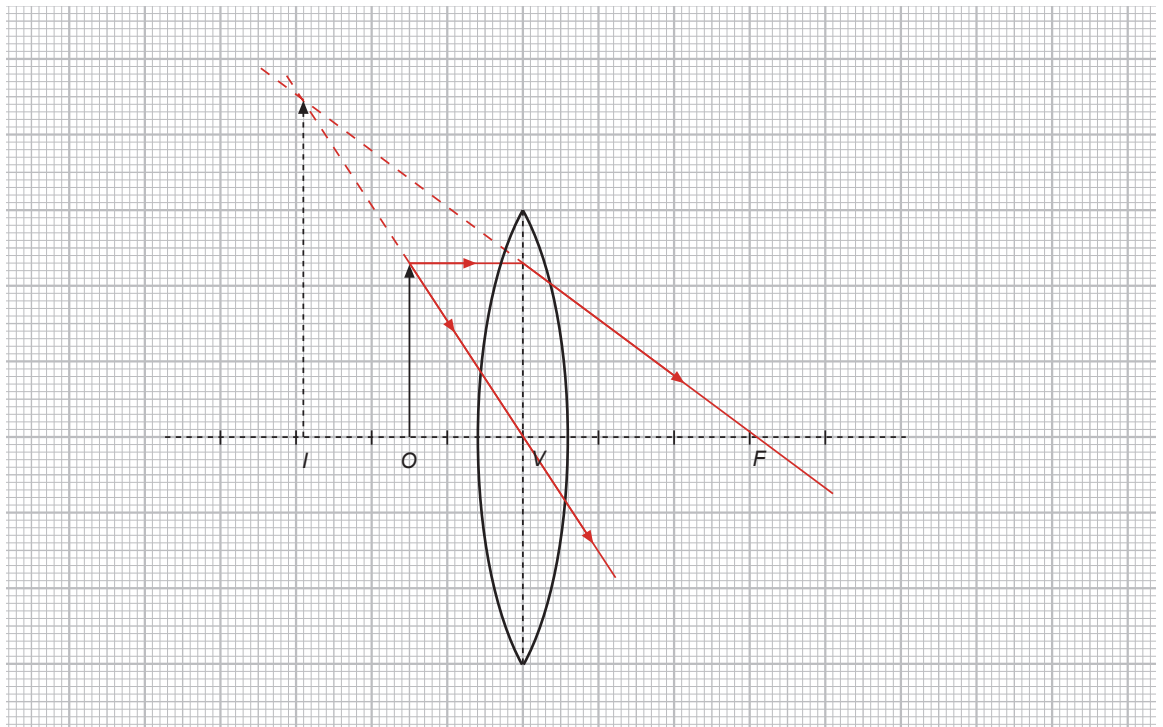
Observem que en el cas del mirall concav, la imatge està situada a 6,7 cm davant del mirall (imatge real) i té una alçada de 2 m, aproximadament. La imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.

En el cas del mirall convex, la imatge està situada 1,5 m darrere del mirall (imatge virtual) i té una alçada de 0,5 m. La imatge és virtual, dreta i més petita que l'objecte.

10. Una lent convergent té una distància focal de 3,1 cm. Determineu la posició, l'altura i les característiques que dona d'un objecte de 2,3 cm quan l'objecte està situat a:

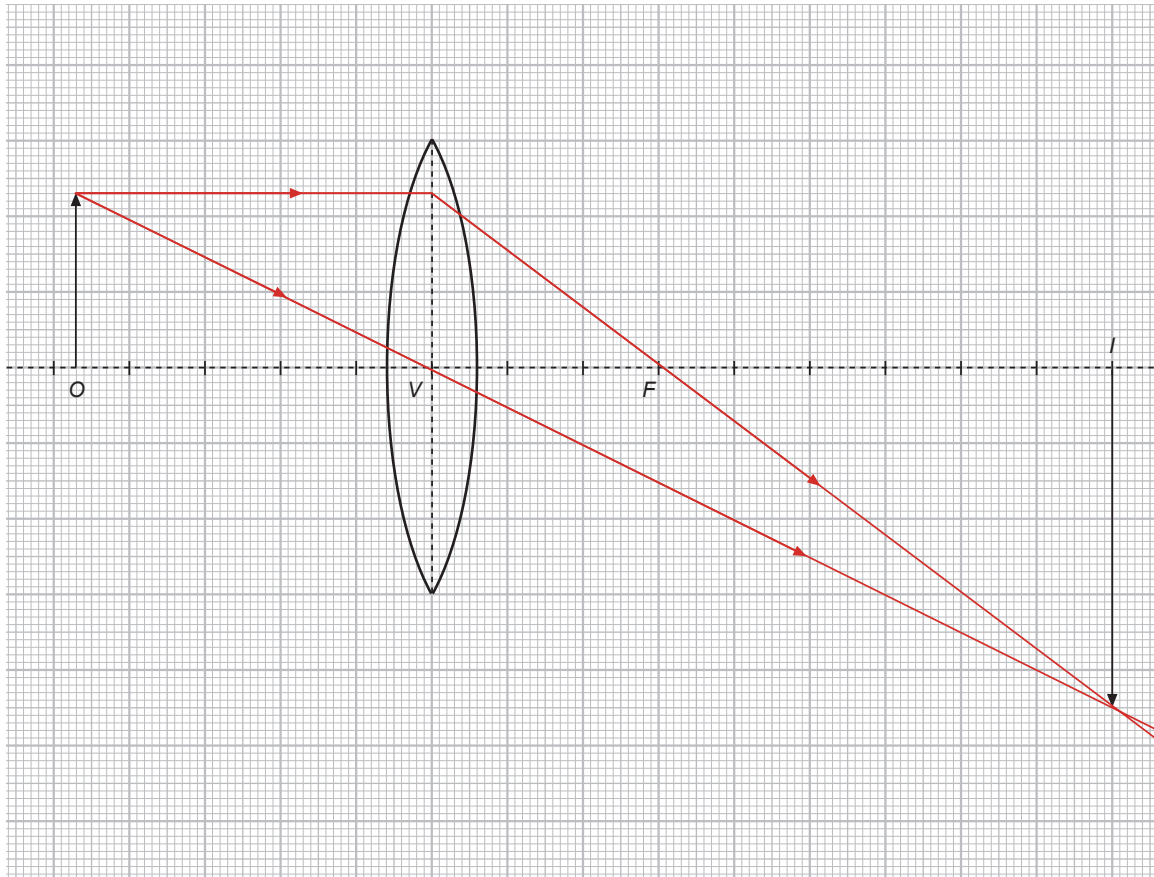
Dibuixem la representació en tots dos casos tenint en compte que 1 cm correspon a 1 cm en el dibuix.

a) 1,5 cm de la lent.



Veiem que la imatge està situada a 2,7 cm de la lent, davant seu (imatge virtual) i que té una alçada de 4,4 cm. La imatge és virtual, dreta i més gran que l'objecte.

b) 4,7 cm de la lent.



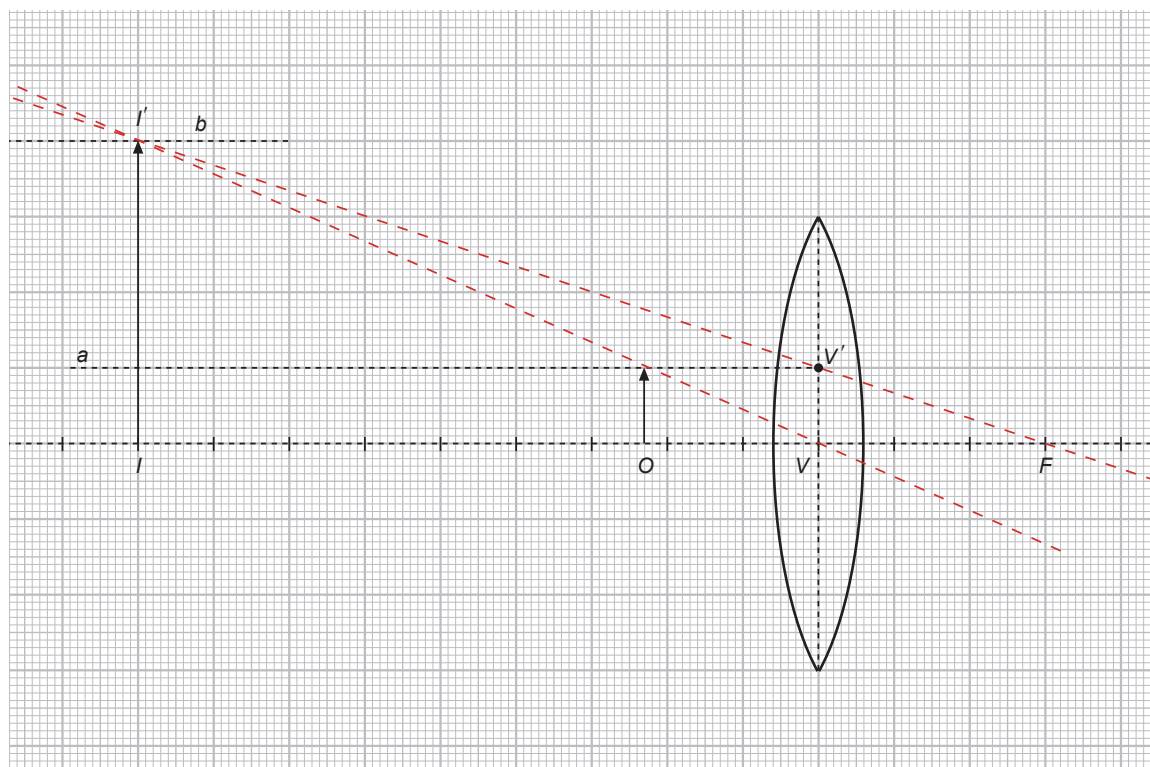
Veiem que la imatge està situada a 9 cm darrere de la lent (imatge real), i que té una alçada de 4,5 cm. La imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.

11. Una lupa és un instrument òptic que permet ampliar la mida dels objectes i consisteix en una lent convergent que té una distància focal petita. Si una lupa té una distància focal de 3 cm, a quina distància hem de situar un objecte de 0,5 cm si volem obtenir-ne una imatge virtual i 4 vegades més gran? En aquest cas, on està situada la imatge? Què passaria si col·loquéssim l'objecte a una distància de 2 cm de la lupa?

Per resoldre aquest problema, fem servir uns criteris similars als del problema 8. Les escales que triem ara són:

- En l'eix X, 1 cm correspon a 1 cm en el dibuix.
- En l'eix Y, 1 cm correspon a 2 cm en el dibuix.
- Tracem la recta *a* paral·lela a l'eix òptic corresponent a l'alçada de l'objecte.
- Tracem la recta *b* paral·lela a l'eix òptic, per sobre d'aquest, ja que la imatge ha de ser virtual, i, per tant, dreta, corresponent a l'alçada de la imatge.
- Tracem la recta que passa per *F* i pel punt *v'* intersecció entre l'eix de la lent i la recta *a*: serà la trajectòria que segueix el raig focal, de manera que el punt de tall *l'* amb la recta *b* (alçada de la imatge) ens dóna la posició de la imatge.
- Tracem la recta que passa pel vèrtex *V* de la lent i pel punt *l'* anterior, que ens dóna la trajectòria del raig central: el punt de tall amb la recta *a* (altura de l'objecte) ens dóna la posició de l'objecte.

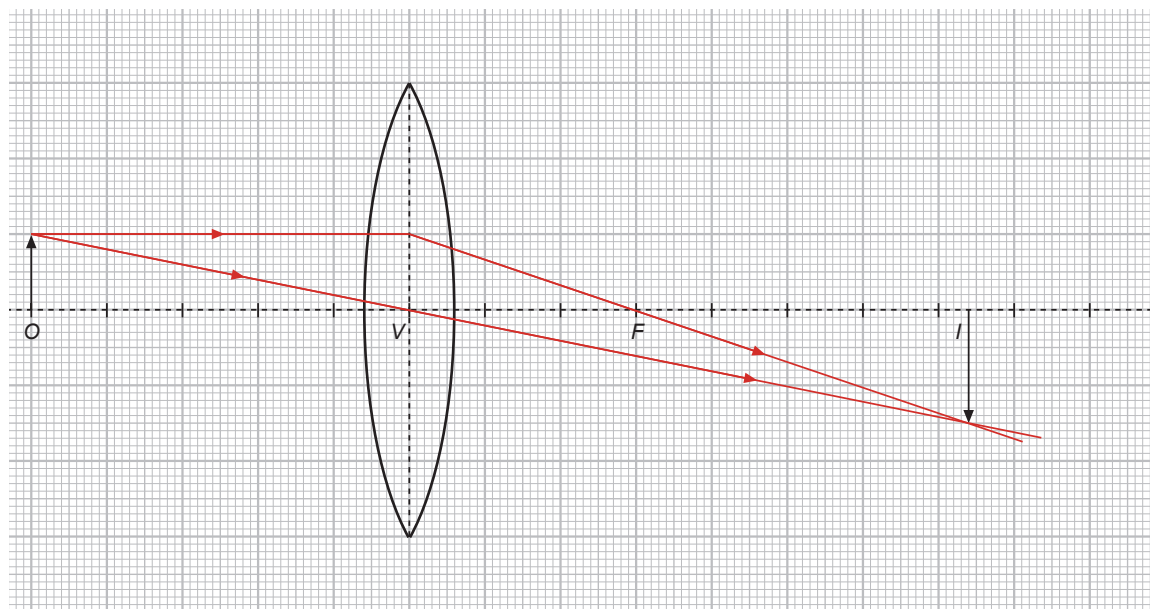
Efectuem el dibuix tenint en compte les consideracions anteriors:



Veiem que l'objecte està situat a 2,4 cm de la lent, aproximadament, mentre que la imatge està situada aproximadament a 9,1 cm a la dreta de la lent.

Error: L'última pregunta que es fa en aquest problema ha de dir: «si col·loquéssim l'objecte a una distància de 5 cm de la lupa».

Si col·loquem l'objecte a 5 cm de la lupa, cal fer el diagrama de raigs amb les mateixes escales que abans, per exemple, i traçar els raigs focal i central:



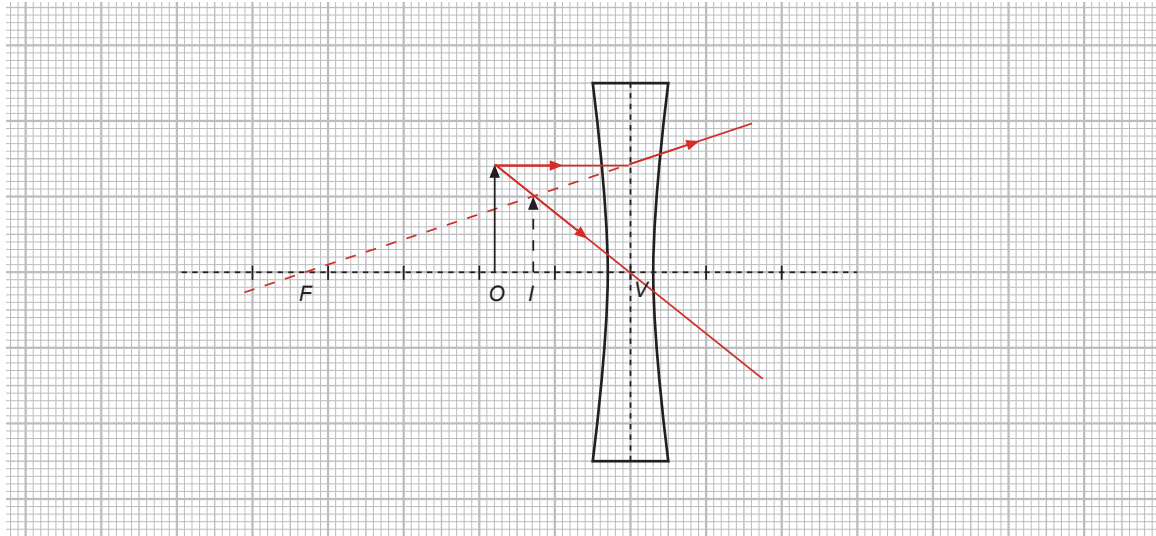
Observem que la imatge està situada aproximadament a 7,4 cm a la dreta de la lent (imatge real), i que té una alçada aproximada de 0,75 cm. La imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.

12. Una lent divergent té una distància focal de 4,25 cm. Determineu la posició, l'altura i les característiques que dóna de la imatge d'un objecte d'1,4 cm quan aquest objecte està situat a:

Podem usar, en la representació, una escala en què 1 cm correspon a 1 cm en el dibuix.

- a) 1,8 cm de la lent.

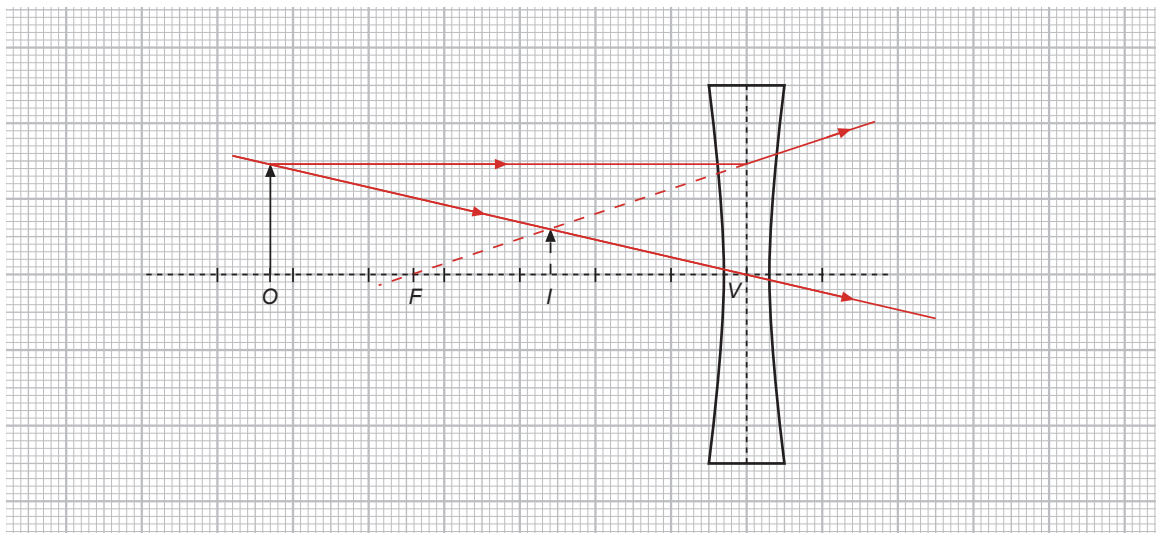
Fem el diagrama de raigs tenint en compte les dades que es donen:



Observem que la imatge està situada a 1,3 cm davant de la lent (imatge virtual), i que té una alçada d'1 cm. La imatge és virtual, dreta i més petita que l'objecte.

- b) 6,3 cm de la lent.

Fem el diagrama de raigs:



Veiem que la imatge està situada a 2,6 cm davant de la lent (imatge virtual), i que té una alçada de 0,6 cm. La imatge és virtual, dreta i més petita que l'objecte.